EXPERIMENTO – PÊNDULO FÍSICO

I – INTRODUÇÃO

As oscilações desempenham um papel fundamental na física, seja na mecânica, na acústica, na eletricidade, ótica, ou mecânica quântica. O estudo de fenômenos oscilatórios se dá partindo da compreensão de sistemas simples, altamente idealizados como o sistema massa-mola e o pêndulo simples, para sistemas mais complexos e representativos da realidade. Neste experimento, trataremos do pêndulo físico, um sistema que apesar de simples compreende uma vasta gama de situações reais. Veremos como a variação de parâmetros de um pêndulo físico influencia o comportamento oscilatório do sistema e como podemos utilizá-lo para calcular o valor da gravidade local com a ajuda do método dos mínimos quadrados.

A esta altura, você já deve estar familiarizado com os dois sistemas mais simples mencionados acima. Entretanto, vale a pena atentar para algumas características desses sistemas. O sistema massa-mola é a realização mais simples do que se chama de oscilador harmônico: um corpo (massa), acoplado a outro corpo material (mola), é mantido em sua posição de equilíbrio, onde a mola se encontra sem deformações, portanto livre de tensões internas. Se deslocado de sua posição de equilíbrio, a massa sofre a ação de uma força restauradora linear que a força a retornar ao ponto de equilíbrio. Esta força é devida à tendência da mola de retomar ao seu estado original, sem deformações nem tensões internas. Na descrição desse sistema geralmente ignoramos a massa da mola, a existência de atrito e outras formas de dissipação de energia.

Outro sistema idealizado muito útil para compreensão dos osciladores harmônicos é o pêndulo simples. Este consiste em uma massa m suspensa por um fio de comprimento L e massa $m_L << m$. Para facilitar o tratamento teórico supõe-se que toda a massa m está concentrada em um ponto e o sistema executa oscilações harmônicas se afastado por pequenos deslocamentos de sua posição de equilíbrio de forma que o deslocamento angular com relação à posição de equilíbrio $\phi \approx sen(\phi)$. Aqui a força restauradora é devida à gravidade que força a massa a retornar para o ponto mais baixo. As condições quase ideais definidas para o pêndulo simples, no entanto, o afastam dos sistemas físicos com os quais lidamos no dia a dia. Daí a importância de darmos o passo seguinte rumo à compreensão de sistemas mais realistas, o estudo do pêndulo físico.

O pêndulo físico, ou pêndulo composto, é qualquer sistema fixo por um ponto O, que pode girar em torno de um eixo horizontal que passa por este ponto. Ele compreende uma vasta gama de situações reais e pode ser utilizado, por exemplo, para analisar a resposta de prédios a abalos sísmicos e ventos cuja ação pode provocar oscilações de amplitudes maiores do que a estrutura do prédio pode suportar. Naturalmente, o estudo de pêndulo físico em nível de graduação ainda requer algumas simplificações, mas essas não o tornam demasiadamente idealizado como os casos do sistema massa-mola e dos pêndulos simples. Na apresentação abaixo veremos os conceitos e parâmetros necessários para o estudo dos pêndulos físicos. No experimento veremos como a variação desses parâmetros influencia o perído das ocilações e utilizaremos o MMQ para encontrar o a aceleração da gravidade no laboratório.

I.I – MOMENTO DE INÉRCIA

O conceito de momento de inércia I é fundamental na análise de movimentos de rotação de um corpo em torno de um eixo, e é necessário para a análises dos pêndulos físicos e de torção. Esta grandeza aparece naturalmente ao escrevermos a energia cinética de um corpo que realiza um movimento circular uniforme de raio r, velocidade angular ω, e velocidade tangencial $v = \omega r$:

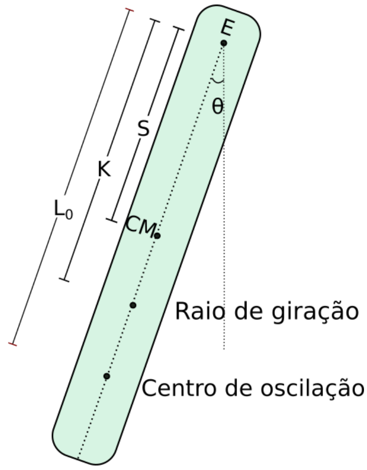
$$Ec = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(\omega r)^2 = \frac{1}{2}mr^2\omega^2 = \frac{1}{2}I\omega^2 \quad (1)$$

A definição $I = mr^2$ para uma massa puntiforme m girando em torno de um ponto a uma distância r pode ser generalizada para qualquer distribuição discreta (ou contínua) de massa. O momento de inércia total será a soma (ou integral) do produto das massas m_i por r_i^2, atentando-se que r_i é a distância da massa m_i ao eixo de rotação escolhido.

I.II – PÊNDULO FÍSICO

A posição de equilíbrio do pêndulo físico (Figura) é aquela em que o centro de gravidade do corpo está no plano vertical que passa pelo eixo de sustentação. Nos casos em que a gravidade é constante, o centro de gravidade coincide com o centro de massa (CM). Quando o corpo é deslocado de sua posição de equilíbrio, o torque restaurador vai ser proporcional ao produto da força (mg) pela distância s do ponto onde ela é aplicada (centro de massa) até o eixo, i.e.:

$$\tau = -mgs\, sen\theta \quad (2)$$



onde ϕ indica o ângulo formado entre a reta que passa pelo eixo e o centro de massa e a direção vertical. A aplicação da segunda lei de Newton a movimentos de rotação leva a:

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2} = \tau = -mgs\, sen\,\theta \quad (3)$$

de onde é possível se obter a frequência de oscilação do pêndulo:

$$\omega^2 = \frac{mgs}{I} \quad (4)$$

Definimos também duas grandezas de comprimento: L_o é a distância do eixo ao centro de oscilações, ponto tal que, se toda a massa do corpo estivesse aí concentrada o pêndulo simples assim formado teria a mesma freqüência de oscilação do pêndulo físico; *k* é o chamado raio de giração, i.e., a distância do eixo a um ponto tal que, se toda a massa do corpo estivesse aí concentrada, o seu momento de inércia com relação ao eixo seria igual ao do corpo que constitui o pêndulo físico:

$$L_0 = \frac{I}{ms} \qquad k = \sqrt{\frac{I}{m}} \quad (5)$$

Obtém-se L_0 igualando-se a freqüência do pêndulo físico indicada acima com a freqüência do pêndulo simples equivalente:

$$\omega_0{}^2 = \frac{g}{L_0} \quad (6)$$

A quantidade k foi obtida a partir de sua definição.

O pêndulo físico que usaremos consiste de uma régua retangular de plástico, furada em diversos pontos equidistantes das bordas. Assim podemos fazer um estudo da dependência da frequência com relação à distância do eixo de rotação ao centro de massa. O momento de inércia de uma distribuição de massa delgada e uniforme ao longo de uma direção e de comprimento total L com relação a um eixo que passa pelo seu centro de massa é dada por:

$$I_{CM} = \frac{mL^2}{12} \tag{7}$$

Podemos obter o momento de inércia com relação ao eixo onde a régua vai oscilar com o auxílio do teorema dos eixos paralelos. Ele estabelece que o momento de inércia de um corpo em torno de um eixo qualquer pode ser expresso pela soma do momento de inércia em torno de um eixo paralelo ao original, passando pelo centro de massa, e de um termo que é o produto da massa total do corpo pelo quadrado da distância entre os dois eixos, ou seja:

$$I = I_{CM} + ms^2 = \frac{mL^2}{12} + ms^2 \tag{8}$$

Esta relação pode ser inserida na expressão para a frequência de oscilações escrita acima, resultando em:

$$\frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{\frac{L^2}{12}+s^2}{gs} \tag{9}$$

Esta expressão mostra que o período de oscilações cresce em ambos os limites $s \to 0$ e $s \to \infty$, passando por um mínimo em um valor finito de s.

II – MATERIAL NECESSÁRIO

Para realizar o experimento, são necessários os materiais a seguir:

1. Haste metálica perfurada (régua);
2. Raio de roda de Bicicleta;
3. Cronômetro;
4. Bases, garras e barras cilíndricas.

III – PROCEDIMENTO

Você utilizará a haste metálica como pêndulo físico. Siga os seguintes procedimentos, registrando os valores na folha de dados:

- Registre a massa m e seu comprimento L da haste.
- Calcule o I_{CM} utilizando a expressão (6) acima.
- Use o raio da roda da bicicleta preso a uma garra como eixo de oscilação.
- Meça o valor do período T para cada um dos furos distintos ao longo da haste. No sentido de diminuir os erros de medida, é aconselhável que o período seja determinado a partir da medida do tempo de 10 oscilações.
- Para cada medida registre também a distância s do furo que contém o eixo até o centro da haste.

IV – TRATAMENTO DOS DADOS

- Trace, em papel milimetrado, o período de oscilação T em função da distância s. Note que ele tem um valor mínimo, e cresce quando $s \rightarrow 0$ e $s \rightarrow \frac{L}{2}$.
- Trace em papel milimetrado o valor de $\frac{T^2 s}{4\pi^2}$ em função de s^2. De acordo com a expressão já mencionada, espera-se uma dependência linear entre estas duas grandezas.
- Usando o método dos mínimos quadrados faça o ajuste da melhor reta que expressa a relação entre as duas grandezas do item anterior. A partir dos valores obtidos para o coeficiente angular e termo constante determine:
    a. O valor da gravidade local.
    b. O comprimento da régua.
    c. Compare os valores obtidos com os valores previamente conhecidos.
- Elabore um resumo do experimento, em um parágrafo único, que contenha: Contexto, Propósito, Metodologia, Resultados e Conclusão.