EXPERIMENTO - OSCILADOR FORÇADO

I – INTRODUÇÃO

Nas oscilações livres o sistema executa seu movimento regido apenas por suas características e, no caso do pêndulo, da força gravitacional constante que tenta restaurar o equilíbrio. A frequência de oscilação depende apenas destes parâmetros, sendo chamada de frequência natural do sistema ω_0. No entanto, na maioria das vezes, os sistemas oscilam acoplados a uma força externa periódica ou a outros sistemas oscilantes e encontram-se sob ação de forças de atrito que discipam energia. Nestas situações os sistemas executam movimentos mais complexos: no caso forçado, o padrão das oscilações livres é totalmente suprimido; no caso de sistemas acoplados, o movimento resultante incorpora combinações das frequências livres de cada um dos sub-sistemas que gera o sistema composto. Neste experimento, analisaremos um sistema submetido a uma força externa periódica, chamado de **"oscilador forçado"**, que está também sob um amortecimento causado por forças dissipativas. Veremos como a amplitude do sistema se comporta quando variamos a frequência da força externa e como os parâmetros do sistema influenciam em sua frequência natural.

Um sistema oscilante real está sempre sujeito a algum tipo de atrito de forma que, se deslocado de sua posição de equilíbrio, ele inevitavelmente evolui para o estado de equilíbrio em repouso. Para que este sistema permanceça oscilando, deve haver algo que restitua a energia dissipada. Quando existe uma força externa periódica atuando sobre o sistema durante todo o tempo de oscilação, ela restitui ao oscilador a energia perdida pelo atrito, mas exigirá que o sistema passe a oscilar com a sua frequência ω, o que chamamos de oscilações forçadas. As amplitudes das oscilações forçadas dependem da frequência natural do sistema ω_0, da intensidade da força F_0 e da frequência ω da força externa. A curva que relaciona a amplitude da oscilação forçada com a frequência da força externa se chama **curva de ressonância (figura 1)**. Se o atrito presente no sistema é pequeno, a curva tem um máximo **em torno** da frequência natural do sistema. Como a energia de um sistema oscilante é proporcional ao quadrado da sua amplitude, este resultado indica que a absorção de energia é máxima quando o sistema é excitado com frequência **próxima** à sua frequência natural.

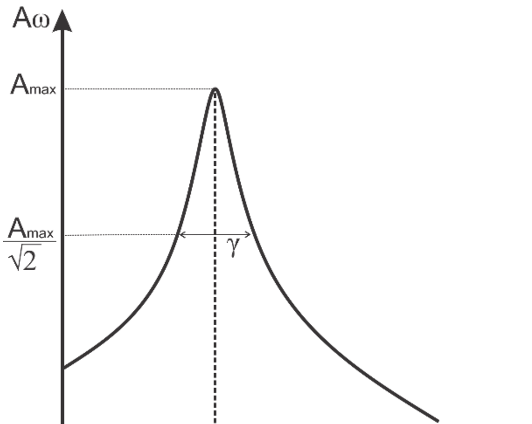

Figura 1 – Curvas de ressonância

Um oscilador harmônico real é caracterizado por duas grandezas: a sua frequência natural ω_0 e a taxa de amortecimento γ. No caso do sistema massa-mola $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ e $\gamma = \frac{b}{m}$, onde b é o coeficiente da força de atrito, proporcional à velocidade instantânea da massa. Para outros osciladores que não o simples sistema massa-mola é bem mais fácil se determinar o valor de ω_0 do que o de γ. Neste caso, a análise de curvas de ressonância pode ser usada para se determinar o seu valor. A solução estacionária da equação diferencial para o oscilador harmônico amortecido forçado é expressa da seguinte maneira:

$$x(t) = A(\omega)\, cos(\,\omega t + \varphi(\omega)) \tag{1}$$

onde ω indica a frequência da força externa e tanto A como φ dependem de ω. A expressão para $A(\omega)$ é:

$$A(\omega) = \frac{F_0}{m}\left(\frac{1}{\left[\left(\omega^2-\omega_0^2\right)^2+\gamma^2\omega^2\right]^{1/2}}\right) \tag{2}$$

Se γ é pequeno, a expressão acima pode ser **aproximada**, perto de $\omega = \omega_0$, por:

$$A(\omega) = \frac{F_0}{2m\omega_0}\left\{\frac{1}{[(\omega-\omega_0)^2+\gamma^2/4]^{1/2}}\right\} \tag{3}$$

Essa expressão mostra, **em aproximação**, que o máximo da curva de ressonância ocorre em $\omega = \omega_0$ e é dado por:

$$A_{max} = A(\omega_0) = \frac{F_0}{m\omega_0\gamma} \tag{4}$$

A mesma expressão mostra que:

$$A\left(\omega_0 \pm \frac{\gamma}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{F_0}{m\omega_0\gamma}\right) = \frac{A_{max}}{\sqrt{2}} \tag{5}$$

Ou seja, a distância entre os pontos onde a reta corta a curva de ressonância determina o valor de γ. Esta distância é também chamada de **semi-largura de pico** (ver figura 1). O fator de qualidade Q é definido por:

$$Q = \frac{\omega_0}{\gamma} \tag{6}$$

Ele é uma medida da qualidade, ou seja, da presença de pouco ou muito atrito entre os constituintes do sistema .

O objetivo deste experimento caracterizar o sistema oscilante encontrando os parâmetros físicos tais como taxa de amortecimento e a frequência de ressonância, consequentemente o fator de qualidade e, para isso, determina-se a curva de ressonância de um oscilador forçado.

II – MATERIAL NECESSÁRIO

Para realizar o experimento, são necessários os materiais a seguir:

1. Alto-falante;
2. Gerador de áudio frequência;
3. Raio de roda de bicicleta;
4. Régua;
5. Suporte (hastes, bases e garras);
6. Folha de dados.

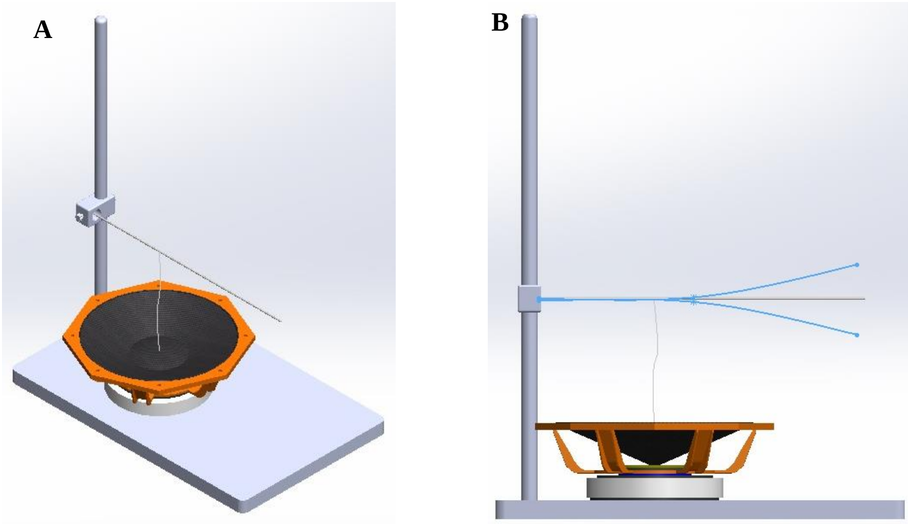

Figura 2 – (A) Desenho da montagem do experimento oscilador forçado. (B) Detalhe da amplitude de vibração da haste de bicicleta.

III – PROCEDIMENTO

Monte o oscilador conforme ilustrado na Figura acima. O fio de nylon preso ao alto-falante deve ficar entre 2 e 3 cm afastado da garra, para que a transmissão de energia seja apreciável.

Inicialmente coloque toda a extensão do raio de bicicleta livre para oscilar. Meça o comprimento L, que vai desde a garra até a extremidade livre do raio, registrando seu valor na folha de dados. Em seguida, ligue o gerador de áudio e varie a frequência até obter a oscilação de maior amplitude. Registre a amplitude de movimento e a frequência de maior amplitude (ω_0). A partir deste ponto, varie a frequência em intervalos de alguns Hertz, meça a amplitude A de vibração da extremidade livre do raio de bicicleta e registre os valores de f e A na folha de dados para menores e maiores frequências, a partir da frequência de maior amplitude até menor valor de A.

Em seguida, desloque o ponto de fixação do raio na garra, de tal modo que o novo comprimento L da parte livre para oscilação seja reduzida de cerca de 4 cm. Repita o procedimento anterior para obter a amplitude máxima. Observe que o pico de ressonância será deslocado para frequências mais altas e que, nesta situação, a parte que fica atrás da garra não desempenha qualquer papel. É como se estivéssemos trabalhando com um raio mais curto. Anote a frequência de ressonância e o comprimento da haste. Repita o procedimento para mais quatro posições do raio. O menor valor de L para o qual ainda se pode obter dados com boa precisão de ressonância é L~14 cm.

IV – TRATAMENTO DOS DADOS

- Trace, em papel milimetrado, A em função de ω para as medidas realizadas considerando o maior valor de L. Note que você anotou medidas para $f = \omega/2\pi$. Calcule as frequências de ressonâncias e determine a semi-largura de pico γ (taxa de amortecimento) e o fator de qualidade do sistema.

- Em papel log-log, trace os valores obtidos para a frequência de ressonância em função de L. Utilize o método dos mínimos quadrados para estimar a dependência funcional entre a frequência de vibração natural de uma haste e o seu comprimento.
- Elabore um resumo do experimento, em um parágrafo único, que contenha: Contexto, Propósito, Metodologia, Resultados e Conclusão.