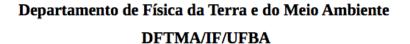


# UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA

### Instituto de Física





## Física Geral Teórica I - FISD36

Notas de Aulas: Módulo V

ALANNA DUTRA, EDVALDO SUZARTHE

E REYNAM PESTANA

09 de novembro de 2020

Salvador, Bahia, Brasil

E-mails: alannacd@ufba.br, esaraujo@ufba.br, reynam@ufba.br

# Índice

нсе	e de Figuras
ľ	Momento linear e colisões
1.1	Momento linear
1.2	P. Centro de massa
1.3	B Impulso de uma Força
1.4	Colisão unidimensional
	1.4.1 Colisão elástica
	1.4.2 Colisão inelástica
1.5	S Colisão em duas dimensões
1.6	Exercícios Resolvidos
1.7	Resumo

4 Índice

# Índice de Figuras

1.1	Colisão entre dois carros (Serway, 2018)	7
1.2	Conservação do momento linear do sistema: (a) antes da colisão; (b) durante a colisão	
	e (c) depois da colisão	8
1.3	Uma colisão elástica não frontal entre dois corpos. O corpo de massa $m_2$ (o alvo)	
	está inicialmente em repouso	15
1.4	Trajetória parabólica do CM	17

Índice de Figuras

# 1

## Momento linear e colisões

Neste módulo apresentamos o conceito de momento linear, centro de massa, impulso de uma força e a lei de conservação do momento do linear. Esses conceito são muitos importantes para analisar os problemas de colisões de objetos (partículas), sem o conhecimento detalhado das forças envolvidas. Na Figura 1.1, apresentamos um exemplo de colisão de dois carros, onde os conceitos mencionados anteriormente, nos ajudam a entender e analisar o que aconteceu de uma forma simples, apesar da complexidade do problema.

#### 1.1 Momento linear

Na formulação original da segunda lei da dinâmica, Newton começou definindo um grandeza denominada de momento linear (também chamada de quantidade de movimento). A definição de Newton do vetor momento linear  $(\vec{p})$  é:

$$\vec{p} = m\vec{v} . \tag{1.1}$$



Figura 1.1: Colisão entre dois carros (Serway, 2018).

Se a massa m não varia com o tempo e derivando a equação (1.1) em relação ao tempo, obtemos:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} = \vec{F} \quad (\text{segunda lei de Newton}) . \tag{1.2}$$

Então, observamos que a força resultante, é a taxa de variação temporal do momento. Vamos agora analisar um problema de colisão entre duas partículas usando o conceito de momento linear. Considere as duas partículas apresentadas na Figura 1.2(a), que estão em rota de colisão. Analisando o sistema composto pelas duas partículas antes, durante e depois da colisão temos que

$$\vec{F}_{res} = \vec{0} \,, \tag{1.3}$$

onde  $\vec{F}_{res}$  denota força a resultante sobre o sistema. Logo, podemos concluir que:

$$\vec{F}_{res} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)}{dt} = \vec{0} ,$$
 (1.4)

ou seja, o momento linear do sistema se conserva,  $\vec{P}_{antes} = \vec{P}_{devois}$ .

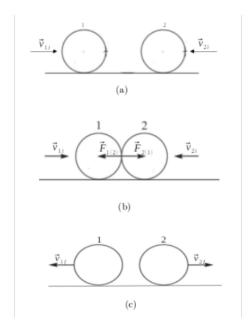


Figura 1.2: Conservação do momento linear do sistema: (a) antes da colisão; (b) durante a colisão e (c) depois da colisão.

Quando observamos cada partícula durante a colisão, elas experimentam forças de contato, mas pela terceira de Newton  $\vec{F}_{1(2)} + \vec{F}_{2(1)} = \vec{0}$ . Podemos, assim, generalizar a discussão sobre conservação do momento linear de forma a considerar forças externas atuando sobre as partículas 1 e 2, ou seja:

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} = \vec{F}_{1(2)} + F_1^{(ext)} , \qquad (1.5)$$

$$\frac{d\vec{p_1}}{dt} = \vec{F}_{2(1)} + F_2^{(ext)} \ . \tag{1.6}$$

Somando as equações (1.5) e (1.6), temos

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}^{ext} \,, \tag{1.7}$$

1.2 Centro de massa 9

onde  $\vec{F}^{(ext)} = \vec{F}_1^{(ext)} + \vec{F}_2^{(ext)}$  e  $\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$ . Se  $\vec{F}^{(ext)} = \vec{0}$ , temos que

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{0} \quad \to \quad \vec{P}_{antes} = \vec{P}_{depois}. \tag{1.8}$$

No sistema de coordenadas cartesiano, a equação (1.8) se desdobra em três equações:

$$\begin{split} P_{(x,antes)} &= P_{(x,depois)} \\ P_{(y,antes)} &= P_{(y,depois)} \\ P_{(z,antes)} &= P_{(z,depois)} \end{split} \tag{1.9}$$

A condição necessária e suficiente para que o momento linear total de um sistema se conserve é que a a resultante das forças externas aplicadas ao sistema se anule.

Uma vez que a lei de conservação do momento linear foi derivado das leis de Newton, ela é válida em qualquer sistema de referência inercial. A lei da conservação do momento linear está associada com a simetria espacial da natureza (Resnick, Halliday e Krane, 2003).

Na próxima seção, vamos discutir de forma objetiva o conceito centro de massa. Esse conceito vai nos ajudar a entender vários problemas físicos complexos, como por exemplo, uma explosão de uma granada, onde depois da explosão a granada é separada em várias partes.

#### 1.2 Centro de massa

Em relação a um referencia inercial, o vetor posição do **centro de massa** de um sistema de N partículas é definido como:

$$\vec{R}_{CM} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i , \qquad (1.10)$$

onde a massa total  $M = \sum_{i=1}^{N} m_i$ ,  $m_i$  é a massa de cada partícula e  $\vec{r}_i$  é o vetor posição de cada partícula, que no sistema de coordenadas cartesiano é escrito:

$$\vec{r}_i = x_i \hat{i} + y_i \hat{j} + z_i \hat{k} . {(1.11)}$$

Lembrando que se as partículas estiverem em movimento, então, o vetor  $\vec{R}_{CM}$  varia no tempo.

Supondo que a massa M do sistema de partículas permaneça constante, a velocidade do centro de massa é dada por:

$$\vec{V}_{CM} = \frac{d\vec{R}_{CM}}{dt} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{N} m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v}_i . \tag{1.12}$$

e o momento linear do CM é dado por

$$M\vec{V}_{CM} = \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v}_i = \sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i = \vec{P}_{CM} .$$
 (1.13)

Derivando a equação (1.13) em relação ao tempo, resulta em:

$$M\vec{a}_{CM} = \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{a}_i = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = \vec{F}_{CM} ,$$
 (1.14)

onde podemos observar a segunda lei de Newton para o centro de massa e que apenas forças externas, que atuam sobre o sistema, podem alterar o movimento do centro de massa. Enquanto as forças internas aparecem aos pares obedecendo à terceira lei de Newton. Portanto, essas forças se cancelar aos pares ao somarmos suas contribuições no cálculo da força resultante sobre o centro de massa do sistema.

Podemos, assim, verificar que o centro de massa de um sistema de partículas, tendo massa M, move-se como uma partícula equivalente de massa M se moveria sob influência da força externa resultante sobre o sistema.

#### Explosão de projétil

Uma granada que está caindo verticalmente explode em dois fragmentos iguais quando se encontra a uma altura de 2000 m e tem uma velocidade para baixo de 60 m/s. Imediatamente após a explosão, um dos fragmentos está se movendo para baixo com velocidade de 80 m/s . Determine a posição do centro de massa do sistema 10 s depois da explosão.

**Solução:** 1º Método: Desde que sabemos que as forças externas não variaram devido à explosão, o centro de massa continua a se mover como se não tivesse havido explosão. Assim, depois da explosão, o centro de massa estará a uma altura dada por:

$$z = z_o + v_o t + \frac{1}{2}gt^2 = 2000 - (60m/s)(10s) - (4,9m/s^2)(10s)^2 = 910 m.$$

2º Método: Calculamos diretamente a posição do centro de massa a partir das posições do fragmentos 10 s após a explosão. Usando a equação (1.13), podemos determinar a velocidade do segundo fragmento, ou seja, (ver figura abaixo):

$$mV_{CM} = \frac{m}{2}v_1 + \frac{m}{2}v_2 \rightarrow 2(-60m/s) = (-80m/s) + v_2 \rightarrow v_2 = -40m/s$$
.

No instante t=10 s, os fragmentos 1 e 2 têm suas posições dadas por:

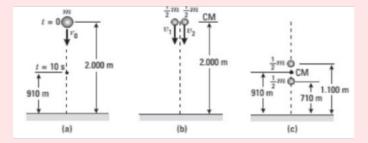
$$z_1 = z_o + v_{1i}t + \frac{1}{2}gt^2 = 2000 - (80m/s)(10s) - (4,9m/s^2)(10s)^2 = 710 m.$$

е

$$z_2 = z_o + v_{2i}t + \frac{1}{2}gt^2 = 2000 - (40m/s)(10s) - (4,9m/s^2)(10s)^2 = 1110 m.$$

Usando a equação (1.10), temos:

$$Z_{CM} = \frac{\frac{m}{2}z_1 + \frac{m}{2}z_2}{m} = \frac{710 + 1110}{2} = 910 \ m.$$



#### 1.3 Impulso de uma Força

Impulso é a grandeza física que mede a variação da quantidade de movimento de um objeto. É causado pela ação de uma força  $\vec{F}$  atuando durante um intervalo de tempo  $\Delta t$ . Uma pequena força aplicada durante muito tempo pode provocar a mesma variação de quantidade de movimento que uma força grande aplicada durante pouco tempo. Ambas as forças provocarão o mesmo impulso. A unidade para o impulso, no Sistema Internacional (SI), é o newton segundo (N.s) ou newton vezes segundo.

O momento de um corpo, que se comporta como uma partícula, permanece constante, a menos que o corpo seja submetido a uma força externa. Para mudar o momento do corpo, podemos, por exemplo, empurrá-lo. Também podemos mudar o momento do corpo de modo mais violento, fazendo-o colidir com um taco de beisebol, por exemplo. Em uma colisão, a força exercida sobre o corpo é de curta duração, tem um módulo elevado e provoca uma mudança brusca do momento do corpo. O **impulso** I é definido como sendo igual à variação da quantidade de movimento  $\Delta \vec{p}$  de um corpo:

$$\vec{I} = \Delta \vec{p} \tag{1.15}$$

Em situações onde a força mostra-se constante ao longo do intervalo de atuação, o impulso pode também ser calculado a partir do produto entre a força F aplicada ao corpo e o intervalo de tempo  $\Delta t$  durante o qual a força atua.

$$\vec{I} = \vec{F}\Delta t \tag{1.16}$$

Em situações mais complicadas - onde a força resultante F(t) atuando no corpo é variável - a equação anterior contudo não se aplica. Deve-se determinar o impulso nestes casos pela integração de F(t) no tempo:

$$\vec{I} = \int \vec{F}(t)dt \tag{1.17}$$

Colisões ocorrem frequentemente, mas, antes de discutir situações mais complexas, vamos falar de um **tipo simples de colisão** em que um corpo se comporta como uma partícula (projétil) e colide com outro corpo que se comporta como outra partícula (alvo).

Suponha que o projétil seja uma bola, e o alvo seja um taco. A colisão dura pouco tempo, mas a força que age sobre a bola é suficiente para inverter o movimento. A bola sofre a ação de uma força F(t) que varia durante a colisão e muda o momento linear da bola. A variação está relacionada à força por meio da segunda lei de Newton, escrita na forma  $\vec{F} = d\vec{p}/dt$ . Assim, no intervalo de tempo dt, a variação do momento da bola é dada por:

$$d\vec{p} = \vec{F}(t)dt \tag{1.18}$$

Podemos calcular a variação total do momento da bola provocada pela colisão integrando ambos os membros da Equação 1.18 de um instante  $t_i$ , imediatamente antes da colisão, até um instante  $t_f$ , imediatamente após a colisão:

$$\int_{t_i}^{t_f} d\vec{p} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}(t)dt$$
 (1.19)

O lado esquerdo da Eq. (1.19) nos dá a variação do momento:  $\vec{p}_f - \vec{p}_i = \Delta \vec{p}$ . O lado direito nos dá o **Impulso**. A Equação 1.19 também pode ser reescrita como:

$$\Delta \vec{p} = \vec{I} \tag{1.20}$$

$$\vec{p_f} - \vec{p_i} = \vec{I} \tag{1.21}$$

E na forma de componentes:

$$\Delta p_x = I_x \tag{1.22}$$

$$p_{fx} - p_{ix} = \int_{t_i}^{t_f} F_x dt \tag{1.23}$$

(1.24)

$$\Delta p_y = I_y \tag{1.25}$$

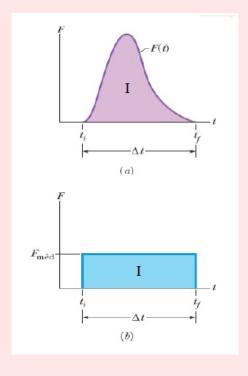
$$p_{fy} - p_{iy} = \int_{t_i}^{t_f} F_y dt \tag{1.26}$$

#### Integração de uma força

Se a função  $\vec{F}(t)$  for conhecida, podemos calcular o Impulso  $(\vec{I})$  integrando a função, e obter, portanto, a variação do momento. Se temos um gráfico de F em função do tempo t, podemos obter o Impulso calculando a área entre a curva e o eixo t, como na figura ao lado.

Em muitas situações, não sabemos como a força varia com o tempo, mas conhecemos o módulo médio da força  $(F_{\rm méd})$  e a duração  $\Delta t = (t_f - t_i)$  da colisão. Nesse caso, podemos escrever o módulo do impulso, como temos na figura (b), que mostra a força média em função do tempo. A área sob a curva nesse gráfico é igual à área sob a curva da força real na figura (a), uma vez que as duas áreas são iguais a I, o módulo do impulso.

Nas figuras: Em (a), a curva mostra o módulo da força dependente do tempo F(t) que age sobre a partícula na colisão. O módulo do Impulso  $(\vec{I})$  da colisão é igual à área sob a curva; Em (b), a força média produz a



mesma área sob a curva. A altura do retângulo representa a força média  $F_{\text{méd}}$  que age sobre a partícula no intervalo  $\Delta t$ . A área do retângulo é igual à área sob a curva do item (a) e, portanto, também é igual ao módulo do impulso durante a colisão.

#### 1.4 Colisão unidimensional

Nesta seção, vamos analisar o que acontecem com duas partículas quando colidem. O termo **colisão** representa um evento durante o qual duas partículas se aproximam uma das outros e interagem por meio de forças. As forças de interação são consideradas muito maiores que quaisquer outras forças externas presentes.

#### 1.4.1 Colisão elástica

Na colisão elástica, é considerado que a energia cinética e o momento linear do sistema se conservam. Considerando o exemplo apresentado na Figura (1.2), temos as seguintes equações para o caso de uma colisão do tipo elástica:

$$T_i = T_f \rightarrow \frac{1}{2}m_1v_{1i}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2i}^2 = \frac{1}{2}m_1v_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2f}^2$$
 (1.27)

е

$$p_i = p_f \rightarrow m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$
 (1.28)

Resolvendo as equações (1.27) e (1.28), temos as seguintes expressões para determinar as velocidades finais conhecendo as velocidades iniciais e as massas das partículas:

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{2i} \tag{1.29}$$

e

$$v_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{2i} \tag{1.30}$$

Vamos agora analisar os casos particulares. Considerando que as massas são iguais,  $m_1=m_2=m$ , resulta:

$$v_{1f} = v_{2i} \quad e \quad v_{2f} = v_{1i} \ . \tag{1.31}$$

Considerando que  $v_{2i} = 0$  (partícula 2 em repouso), resulta em:

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} \tag{1.32}$$

e

$$v_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} \ . \tag{1.33}$$

Se  $m_1 >> m_2$  e considerando  $v_{2i} = 0$ , vemos nas equações (1.32) e (1.33) que  $v_{1f} \approx v_{1i}$  e  $v_{2f} \approx 2v_{1i}$ . Isto é, quando uma partícula muito pesada colide frontalmente com uma muita leve inicialmente em repouso, a primeira continua seu movimento inalterado depois da colisão, e a segunda ricocheteia com velocidade escalar igual a cerca de duas vezes a velocidade escalar da pesada. Um exemplo de tal colisão é a de um átomo pesado em movimento, como o urânio, atingindo um átomo leve, como hidrogênio (Serway e Jewett, 2018). Já no caso de  $m_1 << m_2$  e  $v_{2i} = 0$ , então  $v_{1f} \approx -v_{1i}$  e  $v_{2f} \approx 0$ .

#### 1.4.2 Colisão inelástica

A colisão inelástica se refere a situação onde a energia cinética do sistema não se conserva. Considerando que a força resultante que atua sobre sistema é nula, então podemos afirmar que na colisão inelástica temos a conservação do momento linear. Logo:

$$p_i = p_f \rightarrow m_1 v_{1i} + m_1 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_1 v_{2f} ,$$
 (1.34)

. No caso da colisão totalmente inelástica, pela conservação do momento temos:

$$p_i = p_f \rightarrow m_1 v_{1i} + m_1 v_{2i} = (m_1 + m_2) v_f$$
, (1.35)

e a velocidade final é dado por

$$v_f = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2} \,. \tag{1.36}$$

#### Pêndulo balístico

Pêndulo balístico é um instrumento utilizado para medir a velocidade de balas de arma de fogo. Um projétil de massa  $m_1$  é atirado em um grande bloco de madeira de massa  $m_2$  suspenso por alguns cabos leves. O projétil entra no bloco e o sistema inteiro atinge uma altura h (ver figura abaixo). Como podemos determinar a velocidade escalar do projétil a partir da medida da altura h?

**Solução:** A colisão totalmente inelástica da bala com o bloco dura um tempo tão curto que não dá tempo para o pêndulo se elevar apreciavelmente nesse intervalo, de modo que podemos tratá-la como processo unidimensional. Pela equação (1.36) temos:

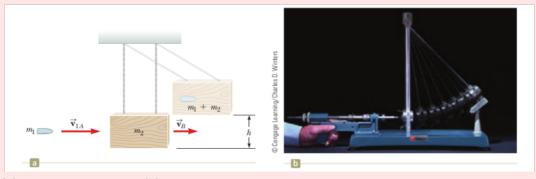
$$v_{1A} = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1}\right) v_B \ .$$

Para determinar  $v_B$ , vamos usar conservação da energia mecânica na segunda parte do problema. Imediatamente após a colisão, o conjunto bala + bloco começa a se movimentar e o conjunto alcança uma altura h. Assim, pela conservação da energia mecânica temos:

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_B^2 = (m_1 + m_2)gh \quad \to \quad v_B = \sqrt{2gh}$$

Assim, a velocidade  $v_{1A}$  é determinada por:

$$v_{1A} = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1}\right) \sqrt{2gh} \ .$$



(a) Pêndulo balístico. (b)Fotografia de um pêndulo balístico utilizado em laboratório (Serway e Jewett, 2018).

#### 1.5 Colisão em duas dimensões

Quando uma colisão não é frontal, a direção do movimento dos corpos é diferente antes e depois da colisão; entretanto, se o sistema é fechado e isolado, o momento linear total continua a ser conservado nessas colisões bidimensionais:

$$\vec{p}_{i1} + \vec{p}_{i2} = \vec{p}_{f1} + \vec{p}_{f2} \tag{1.37}$$

A Eq. 1.37 é utilizada na maioria dos casos para analisar uma colisão bidimensional. Sua utilização pode ser facilitada quando escrevemos a equação em termos das componentes em relação a um sistema de coordenadas x-y.

A Figura.1.3 mostra uma colisão não frontal entre um projétil e um alvo inicialmente em repouso. As trajetórias dos corpos após a colisão fazem ângulos  $\theta_1$  e  $\theta_2$  com o eixo x, que coincide com a direção de movimento do projétil antes da colisão.

Nessa situação, a componente em relação ao eixo x da Eq. 1.37 é:

$$m_1 vi1 = m_1 v_{f1} \cos \theta_1 + m_2 v_{f2} \cos \theta_2$$
 (1.38)

e a componente ao longo do eixo y é:

$$0 = -m_1 v_{f1} \operatorname{sen} \theta_1 + m_2 v_{f2} \operatorname{sen} \theta_2 \qquad (1.39)$$

Se a colisão também é elástica, a energia cinética total também é conservada:

$$K_{i1} + K_{i2} = K_{f1} + K_{f2} \tag{1.40}$$

Daí temos que:

$$\frac{1}{2}m_1v_{i1}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{i2}^2 = \frac{1}{2}m_1v_{f1}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{f2}^2$$
(1.41)

Nesta seção vimos que no caso de um sistema isolado no qual ocorre uma colisão bidimensional:

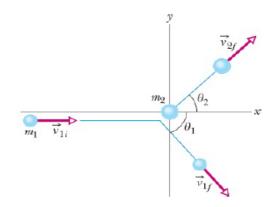


Figura 1.3: Uma colisão elástica não frontal entre dois corpos. O corpo de massa  $m_2$  (o alvo) está inicialmente em repouso.

- (a) Aplicamos a lei de conservação do momento a dois eixos de um sistema de coordenadas para relacionar as componentes do momento antes da colisão com as componentes do momento depois da colisão;
- (b) No caso de um sistema isolado, no qual ocorre uma colisão elástica bidimensional, podemos aplicar a lei de conservação do momento e aplicar o princípio de conservação da energia cinética para relacionar as energias cinéticas antes e depois da colisão.

#### 1.6 Exercícios Resolvidos

#### Exemplo 1

Uma partícula de 3,00 kg e com vetor velocidade dado por  $(3,00\hat{i}+4,00\hat{j})$  m/s.

- (a) Encontre as componentes x e y do momento;
- (b) Encontre o módulo e a direção de seu momento.

#### Solução:

$$m = 3.00 \text{ kg e v} = (3.00\hat{i} + 4.00\hat{j}) \text{ m/s}.$$

(a) 
$$\mathbf{p} = mv = (9.00\hat{i} + 12.00\hat{j}) \text{ kg . m/s.}$$

$$p_x = 9,00kg.m/s$$
$$p_y = 12,00kg.m/s$$

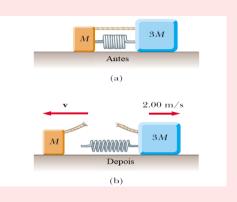
(b)

$$p = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} = \sqrt{9,00^2 + 12,00^2} = 150kg.m/s$$
$$\theta = tan^{-1}\frac{p_y}{p_x} = tan^{-1}(-1,33) = 307^o$$

#### Exemplo 2

Dois blocos de massas M e 3M são colocados na horizontal, superfície sem atrito. Uma mola está presa a um deles, e os blocos são empurrados juntos com a mola entre eles (Figura ao lado). Uma corda inicialmente segurando os blocos juntos é cortada; depois disso, o bloco de massa 3M move-se para a direita com uma velocidade de 2,00 m/s.

- (a) Qual é a velocidade do bloco de massa M?
- (b) Encontre a energia potencial elástica original na mola se  $M=0.350~\mathrm{kg}.$



#### Solução:

(a) Para o sistema de dois blocos, temos que  $\Delta p = 0$  ou  $p_i = p_f$ . Portanto,

$$0 = Mv_M + (3M)(2,00m/s) \Rightarrow v_M = -6,00m/s$$

(b) 
$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}Mv_M^2 + \frac{1}{2}(3M)v_{3M}^2 = 8,40J$$

17

#### Exemplo 3

Um projetil de massa 9,6 kg é lançado a partir do solo com velocidade inicial de 12,4 m/s com um ângulo de 540 em relação à horizontal. Decorrido um tempo desde o lançamento, uma explosão divide o projétil em dois pedaços. Um pedaço, com 6,5 kg de massa, é observado 1,42 s após o lançamento, a uma altura de 5,9 m e a uma distância horizontal de 13,6 m, avaliadas a partir do ponto de lançamento. Determine a localização do segundo fragmento no mesmo instante.

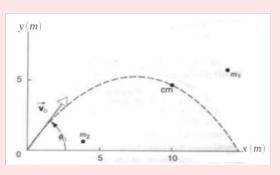


Figura 1.4: Trajetória parabólica do CM.

#### Solução:

No instante t=1,42s após o lançamento, o centro de massa dos dois fragmentos deve estar na mesma localização que o projetil original estaria, se ele não tivesse explodido. O que levou a explosão do projetil foram forças internas, e estas não alteram o movimento do centro de massa. Portanto, primeiramente determina-se esta localização. A localização do projetil original em  $t=1,42\,s$  pode ser determinada utilizando as equações:

$$x_{cm} = v_{ox}t = 12,4 \ (m/s) \cos 54^{0} \ (1,42 \ s) = 10,4 \ m$$
$$y_{cm} = v_{oy}t - \frac{1}{2}gt^{2} = 12,4 \ (m/s) \sin 54^{0} \ (1,42 \ s) - 4,9(m/s^{2})1,42^{2}(s)^{2} = 4,3 \ m$$

O problema fornece a localização de um fragmento,  $m_1$ , neste instante:  $x_1 = 13,6 \ m$  e  $y_1 = 5,9 \ m$ . A localização do outro fragmento, de massa  $m_2 = M - m_1 = 3,1 \ kg$  é dado por:

$$x_2 = \frac{Mx_{cm} - m_1x_1}{m_2} = 3,7 \ m$$

$$y_2 = \frac{My_{cm} - m_1y_1}{m_2} = 0,9 \ m \ .$$

Obs: nesta análise, supôs-se que a força gravitacional seja a única força externa que atua sobre o sistema, o que permite representar o movimento do CM dos dois fragmentos como uma trajetória parabólica de um projétil submetido à ação dessa força. Se um fragmento tocar o solo, passa a existir uma nova força externa no problema (a força do solo sobre o fragmento), e o centro de massa passa a seguir uma trajetória diferente.

Um amigo afirmou que em uma colisão frontal de um carro a 27 m/s com uma parede de tijolos, ele pode segurar uma criança de 12,0 kg, desde que esteja com o cinto de segurança, e que o compartimento do passageiro do carro pára em 0,050 s. Mostre que a força durante a colisão arrancará a criança de seus braços. Sendo assim, uma criança deve estar sempre em uma cadeira de bebê presa com cinto de segurança no banco de trás do carro.

#### Solução:

A partir do teorema Momento-Impulso, temos quê:  $\vec{F}(\Delta t) = \Delta p = mv_f - mv_i$ . A força média necessária para segurar a criança é:

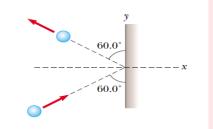
$$\vec{F} = \frac{m(v_f - v_i)}{\Delta t} = \frac{(12kg)(0 - 27m/s)}{(0,050s - 0)} = -6,48.10^3 N$$

Assim, o módulo da força de retardo necessária é  $6,44 \times 10^3 \text{ N}.$ 

Portanto, uma pessoa não é capaz exercer uma força dessa magnitude e um dispositivo de segurança deve ser usado.

#### Exemplo 5

Uma bola de aço de 3,00 kg atinge uma parede com uma velocidade de 10,0 m/s em um ângulo de 60,0° com a superfície. Ele rebate com a mesma velocidade e ângulo indicados na figura ao lado. Se a bola ficar em contato com a parede por 0,200 s, qual é a força média exercida pela parede sobre a bola? Solução:



$$\Delta p = F\Delta t$$

$$\Delta p_y = m(v_f - v_i) = m(v\cos 60^o) - mv\cos 60^o) = 0$$

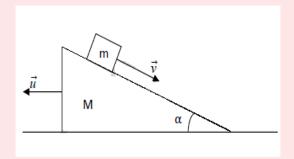
$$\Delta p_x = m(-v\sin 60^o - v\sin 60^o) = -2mv\sin 60^o$$

$$= -2(3,00kg)(10m/s)(0,866)$$

$$= -52.0kq.m/s$$

$$F_{md} = \frac{\Delta p_x}{\Delta t} = \frac{-52,0 \text{ kg.m/s}}{0,200 \text{ s}} = 260 \text{ N}$$

Um bloco de massa m repousa sobre uma plano inclinado de massa M, que por sua vez repousa sobre uma mesa horizontal, como mostra a figura ao lado. Todos as superfícies são sem atrito. Se o sistema parte do repouso, com o ponto P do bloco (m) a uma distância h acima da mesa, ache a velocidade da do plano inclinado no instante em que o ponto P toca a mesa.



#### Solução:

Temos  $\vec{v}$  é a velocidade do bloco com relação ao plano inclinado e  $\vec{u}$  é a velocidade do plano inclinado M com relação ao solo. Os componentes da bloco com relação ao solo dados por:

$$v_{sx} = v \cos \alpha - u; v_{sy} = v \sin \alpha$$
$$v_s^2 = v_{sx}^2 + v_{sy}^2$$
$$v_s^2 = (v \cos \alpha - u)^2 + v^2 \sin^2 \alpha$$
$$v_s^2 = v^2 - 2vu \cos \alpha + u^2$$

Pelo princípio de conservação de momento linear (direção x), podemos escrever:

$$P_{0x} = P_x$$

$$0 = Mv_{sx} - Mu$$

$$0 = m(v\cos\alpha - u) - Mu$$

$$v = \frac{(M+m)u}{m\cos\alpha}$$

Utilizando o princípio de conservação de energia mecânica, juntamente com os resultados anteriores. Assim,

$$E_0 = E$$

$$mgh = \frac{mv_s^2}{2} + \frac{Mu^2}{2}$$

$$2mgh = m(v^2 - 2vu\cos\alpha + u^2) - Mu^2$$

$$2mgh = m\left[\frac{(M+m)^2u^2}{m^2\cos^2\alpha} - \frac{2(M+m)u^2\cos\alpha}{m\cos\alpha}\right] + (M+m)u^2$$

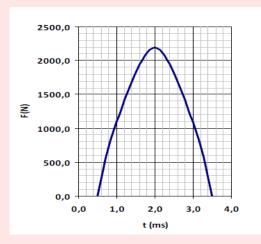
$$2mgh = \frac{(M+m)^2u^2}{m\cos^2\alpha} - 2(M+m)u^2 + (M+m)u^2$$

$$2m^2gh\cos^2\alpha = (M+m)u^2[(M+m) - m\cos^2\alpha];\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$$

$$\Rightarrow u = \left[\frac{2m^2gh\cos^2\alpha}{(M+m)(M+m\sin^2\alpha)}\right]^{1/2}$$

Uma bola de massa igual a 0,4 kg é atingida por um taco, recebendo o impulso indicado na figura abaixo. Determine o módulo da velocidade da bola no momento em que ela abandona o taco.

Obs.: A função representada no gráfico é:  $-1, 1 \times 10^9 t^2 + 4, 4 \times 10^6 t - 2, 2 \times 10^3$ .



Solução:

O instante que o taco atinge a bola e o instante que a bola abandona o taco são dados por:

$$-1.1 \times 10^9 t^2 + 4.4 \times 10^6 t - 2.2 \times 10^3 = 0$$

Assim teremos:

$$-10^{6}t^{2} + 4,4 \times 10^{3}t - 2,2 = 0$$

$$\Delta = \frac{-4 \times 10^{3} \pm \sqrt{8 \times 10^{6}}}{2(-10^{6})}$$

$$\Rightarrow t_{1} \approx 0,6 \times 10^{-3} \ s \ e \ t_{2} \approx 3,4 \times 10^{-3} \ s$$

Desta forma, podemos calcular a variação do momento linear e consequentemente a velocidade final (admitindo que a velocidade inicial seja nula):

$$J = \Delta P = \int_{0,6 \times 10^{-3}}^{3,4 \times 10^{-3}} (-1,1 \times 10^{9}t^{2} + 4,4 \times 10^{6}t - 2,2 \times 10^{3})dt$$

$$P - P_{0} = \left[\frac{-1,1 \times 10^{9}t^{3}}{3} + 2,2 \times 10^{6}t^{2} - 2,2 \times 10^{3}t\right]_{0,6 \times 10^{-3}}^{3,4 \times 10^{-3}}$$

$$P - P_{0} = \approx 5,2 \ kg.m/s \Rightarrow v = \frac{5,2}{0,4} = 13 \ m/s$$

Um bloco de massa m=10 kg está em repouso sobre uma superfície horizontal sem atrito. Sobre o bloco atua uma força horizontal cujo módulo é dado em função do tempo pela expressão:

$$F = t^2 - ct$$

onde =  $4 \text{ N/s}^2$  e c= 1 N/s, t é dado s de F em N. Obtenha: (a) a expressão do impulso em função do tempo, (b) o impulso total nos 4 segundos inciais, (c) a variação do momento linear nos 4 segundos iniciais, (d) a velocidade do bloco no instante t= 4s.

Solução:

(a)

$$J = \Delta P = \int_0^t F dt'$$
$$= \int_0^t (4t'^2 - t') dt'$$
$$\Rightarrow J = \frac{4t^3}{3} - \frac{t^2}{2}.$$

(b)

$$J(4) = \frac{4.4^3}{3} - \frac{4^2}{2} = 77,3 \text{ N.s}$$

(c)

$$\Delta P = 77, 3 \ N.s$$

(d)

$$\Delta P = P - P_0 = 77, 3$$
 
$$10v = 77, 3 \Rightarrow v = 7, 73m/s$$

Um corpo de massa igual a 5,0 kg colide elasticamente com outro que se encontra inicialmente em repouso e continua sua trajetória no mesmo sentido, porém o módulo da velocidade se reduz a um quinto do módulo inicial. Calcule a massa do corpo atingido. Solução: Utilizando a conservação do momento linear, teremos:

$$\vec{P_i} = \vec{P_f} \Rightarrow P_i = P_f$$
 $m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$ 
 $5v1i = 5.\frac{v_{1f}}{5} + m_2 v_{2f}$ 
 $4v1i = m_2 v_{2f}$ 

Como a colisão é elástica, as velocidades relativas de aproximação e afastamento serão iguais:

$$v_{1i} - v_{2i} = v_{2f} - v_{1f}$$
$$v_{1i} = v_{2f} - \frac{v_{1f}}{5}$$
$$v_{2f} = \frac{6v_{1i}}{5}$$

Dos resultados anteriores teremos:

$$4v1i = m_2 \cdot \frac{6v_{1i}}{5}$$
$$\Rightarrow m_2 = \frac{20}{6}kg$$

23

#### Exemplo 10

Um vagão de carga com massa igual a 40 toneladas se desloca a 2,5 m/s e colide com outro que viaja no mesmo sentido com velocidade igual a 1,5 m/s; a massa do segundo vagão é igual a 25 toneladas. (a) Ache as velocidades dos dois vagões após a colisão e a perda de energia cinética durante a colisão supondo que os dois vagões passam a se mover juntos. (b) Se a colisão fosse elástica, os dois vagões não se uniriam e continuariam a se locomover separados; qual seria neste caso a velocidade de cada vagão?

#### Solução:

(a) Utilizando a conservação do momento linear, teremos:

$$\vec{P}_i = \vec{P}_f \Rightarrow P_{ix} = P_{fx}$$
 $M_1v1 + M_sv_2 = (M_1 + M_2)v_{12}$ 
 $40.2, 5 + 25.1, 5 = 65v_{12}$ 
 $v_{12} \approx 2, 1m/s$ 

A perda de energia cinética:

$$K_i = \frac{M_1 v_1^2}{2} + \frac{M_2 v_2^2}{2}$$

$$K_i = \left(\frac{40.(2,5)^2}{2} + \frac{25.(1,5)^2}{2}\right).10^3 \approx 153.10^3 J$$

$$K_f = \frac{(M_1 + M_2)v_{12}^2}{2} \approx 143.10^3 J$$

$$\Rightarrow \Delta K = -10^4 J$$

(b) Novamente, utilizando a conservação de momento linear, teremos:

$$\vec{P}_i = \vec{P}_f \Rightarrow P_{ix} = P_{fx}$$
 $M_1v1i + M_sv_{2i} = M_1v1f + M_2v_{2f}$ 
 $40.2, 5 + 25.1, 5 = 40v1f + 25v_{2f}$ 
 $40v1f + 25v_{2f} = 137, 5$ 

Como a colisão é elástica, as velocidades relativas de aproximação e de afastamento devem ser iguais. Assim, teremos:

$$v_{1i} - v_{2i} = v_{2f} - v_{1f}$$
$$v_{2f} - v_{1f} = 1 \Rightarrow v_{2f} = 1 + v_{1f}$$

Utilizando os resultados anteriores, teremos:

$$40v_{1f} + 25(1 + v_{1f}) = 137, 5$$

$$65v_{1f} = 112, 5$$

$$\Rightarrow v_{1f} = 1, 73 \ m/s$$

$$\Rightarrow v_{2f} = 2, 73 \ m/s$$

Um elétron colide elasticamente com um átomo de hidrogênio inicialmente em repouso. Os deslocamentos inicial e final se fazem ao longo do mesmo curso. Que fração de energia cinética inicial do elétron é transferida ao átomo de hidrogênio? A massa do átomo de hidrogênio é 1840 vezes a massa do elétron.

Solução:

Utilizando conservação do momento linear, teremos:

$$\vec{P_i} = \vec{P_f} \Rightarrow P_{ix} = P_{fx}$$

$$m_e v_{ie} = m_e v_{fe} + m_H v_{fH}$$

$$m_e v_{ie} = m_e v_{fe} + (1840m_e) v_{fH}$$

$$v_{ie} = v_{fe} + (1840) v_{fH}$$

Como a colisão é elástica, as velocidades relativas de aproximação e afastamento devem ser iguais. Assim, teremos:

$$v_{ie} - v_{iH} = v_{fH} - v_{fe}$$

$$v_{ie} = v_{fH} - v_{fe}$$

$$v_{ie} = v_{fH} - v_{fe}$$

 $Dos\ resultados\ anteriores\ temos\ \Rightarrow 2v_{ie}=1841v_{fH}$ 

Para as energias cinéticas teremos:

$$K_{ie} = \frac{m_{ie}v_{ie}^2}{2}$$

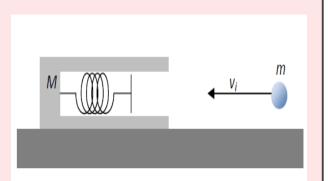
$$K_{fH} = \frac{m_Hv_{fH}^2}{2} = \frac{1840m_e}{2} \left(\frac{2v_{ie}}{1841}\right)^2$$

$$K_{fH} = \frac{3,68.10^3 m_e v_{ie}^2}{3.4.10^6} \approx (1,1.10^{-3})m_e v_{ie}^2$$

A fração de energia cinética é dada por:

$$\begin{split} \frac{K_{fH}}{K_{ie}} &= 2.\frac{(1,1.10^{-3})m_ev_{ie}^2}{m_{ie}v_{ie}^2} \approx 2,2.10-3\\ &\Rightarrow \frac{K_{fH}}{K_{ie}} \approx 0,22\% \end{split}$$

veloci-Uma bola de massa dade  $v_i$  é projetada no cano uma espingarda de mola, de massa inicial menteem repouso superfície uma sematrito (veja figura ao lado). Α massa m adere ao cano no ponto da compressão máxima da mola. Nenhuma enerperdida atrito. emQue fração de energia cinética inicial dabola fica armazenada na mola?



Solução:

Utilizando a conservação do momento linear, teremos:

$$\vec{P}_i = \vec{P}_f \Rightarrow P_i = P_f$$

$$mv_i = (m+M)v$$

$$v = \frac{mv_i}{m+M}$$

Como não há perdas de energia por atrito, teremos:

$$K_{i} = K_{f} + U_{el}$$

$$\frac{mv_{i}^{2}}{2} = \frac{(m+M)v^{2}}{2} + U_{el}$$

$$U_{el} = \frac{mv_{i}^{2}}{2} - \frac{(m+M)v^{2}}{2}$$

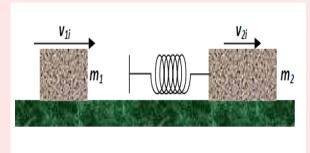
$$U_{el} = \frac{mv_{i}^{2}}{2} - \frac{(m+M)}{2} \cdot \frac{m^{2}v_{i}^{2}}{(m+M)^{2}}$$

$$U_{el} = \frac{mMv_{i}^{2}}{2(m+M)}$$

Assim a fração de energia cinética inicial que fica armazenada na mola é dada por:

$$\begin{split} \frac{U_{el}}{K_i} &= \frac{\frac{mMv_i^2}{2(m+M)}}{\frac{mv_i^2}{2}} \\ \Rightarrow \frac{U_{el}}{K_i} &= \frac{M}{m+M} \end{split}$$

Um bloco de massa  $m_1=3,0\ kg$  desliza ao longo de uma mesa sem atrito com velocidade  $v_1=15\ \mathrm{m/s}$ . Na frente dele, e movendo-se na mesma direção e sentido, existe um bloco de massa  $m_2=6\ \mathrm{kg}$  que se move com velocidade de m/s. A mola indicada na figura ao lado, possui massa desprezível e uma constante elástica  $k=1500\ \mathrm{N/m}$ . A massa reduzida  $M_r$  de um sistema de duas partículas é definida pela expressão:



$$M_r = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

- (a) Obtenha uma expressão para a energia cinética de um sistema de duas massas em relação ao referencial do centro de massa em função da massa reduzida  $M_r$  e em função da velocidade relativa  $v_r$ .
- (b) Encontre o valor numérico da deformação máxima da mola depois do impacto. Solução:
- (a) Com relação ao centro de massa, as velocidades dos dois blocos são dadas por:

$$v_1' = v_1 - v_{cm}$$

A velocidade do centro de massa é dada pela média ponderada:

$$v_{cm} = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

A energia cinética, com relação ao centro de massa do sistema antes da colisão é dada por:

$$K_i = \frac{m_1(v_1 - v_{cm})^2}{2} + \frac{m_2(v_2 - v_{cm})^2}{2}$$

$$K_i = \frac{m_1v_1^2 + m_2v_2^2}{2} - (m_1v_1 + m_2v_2)v_{cm} + \frac{(m_1 + m_2)v_{cm}^2}{2}$$

Utilizando a equação anterior da  $v_{cm}$ :

$$K_{i} = \frac{m_{1}v_{1}^{2} + m_{2}v_{2}^{2}}{2} - (m_{1}v_{1} + m_{2}v_{2}) \cdot \left(\frac{m_{1}v_{1} + m_{2}v_{2}}{m_{1} + m_{2}}\right) + \frac{(m_{1} + m_{2})}{2} \cdot \left(\frac{m_{1}v_{1} + m_{2}v_{2}}{m_{1} + m_{2}}\right)^{2}$$

$$K_{i} = \frac{(m_{1}v_{1}^{2} + m_{2}v_{2}^{2}) \cdot (m_{1} + m_{2})}{2 \cdot (m_{1} + m_{2})} - \frac{(m_{1}^{2}v_{1}^{2} + 2m_{1}m_{2}v_{1}v_{2} + m_{2}^{2}v_{2}^{2}) \cdot (m_{1} + m_{2})}{2 \cdot (m_{1} + m_{2})}$$

$$K_{i} = \frac{(m_{1}m_{2})}{2 \cdot (m_{1} + m_{2})} \cdot (v_{1} - v_{2})^{2}$$

$$K_{i} = \frac{M_{r}v_{r}^{2}}{2} \; ; \; M_{r} = \frac{(m_{1}m_{2})}{(m_{1} + m_{2})} \; ; \; v_{r} = v_{1} - V_{2}$$

(b) Quando dos dois blocos colidem o sistema constituído pelas duas massas que comprimem a mola tem energia potencial elástica  $U_{el}$  igual a energia cinética inicial  $K_i$ , portanto:

$$U_{el} = \frac{kx^2}{2} = \frac{M_r v_r^2}{2}$$
$$750x^2 = \frac{18.10^2}{2.9} \Rightarrow x \approx 0,365 \text{ m}$$

27

#### Exemplo 14

Um dêuteron é uma partícula nuclear constituída por um próton e um nêutron. Sua massa é cerca de  $3,4.10^{-24}$  g. Um dêuteron, acelerado por um ciclotron a uma velocidade de  $10^9$  cm/s, colide com um outro dêuteron em repouso.

(a) Se as duas partículas permanecem juntas formando um núcleo de hélio, qual é a velocidade do núcleo resultante?

Em seguida o núcleo de hélio desintegra-se em um nêutron com massa aproximada de  $1,7.10^{-24}$  g e um isótopo de hélio de massa igual a  $5,1.10^{-24}$  g.

(b) Se o nêutron é emitido em uma direção perpendicular à direção da velocidade original, com velocidade de  $5,0.10^8~{\rm cm/s},$  encontre o módulo e a direção da velocidade do isótopo de hélio.

Solução:

(a) Utilizando a conservação do momento linear, teremos:

$$\vec{P_i} = \vec{P_f} \Rightarrow P_{ix} = P_{fx}$$

$$m_D v_{iD} = 2m_D v_{fD}$$

$$\Rightarrow v_{fD} = \frac{10^9}{2} cm/s$$

(a) Utilizamos também, neste caso, a conservação do momento linear. Assim teremos:

$$\vec{P_i} = \vec{P_f}$$

$$P_{ix} = P_{fx}$$

$$2m_D v_D = m'_{He} v_x \Rightarrow 6, 8.10^{-24} \cdot \frac{10^9}{2} = 5, 1.10^{-24} v_x$$

$$\Rightarrow v_x \approx 6, 67.10^8 \text{ cm/s}$$

$$P_{iy} = P_{fy}$$

$$0 = m_n v_n + m'_{He} v_y \Rightarrow 0 = 1, 7.10^{-24} \cdot 5.10^8 + 5, 1.10^{-24} v_y$$

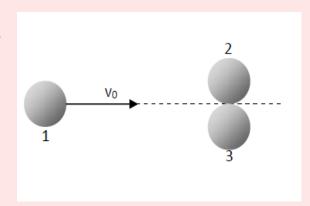
$$\Rightarrow v_y \approx -1, 67.10^8 \text{ cm/s}$$

A direção é dada por:

$$\alpha = tan^{-1} \frac{1,67}{6,67} \approx 14^{\circ}$$

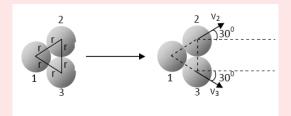
Uma bola com velocidade inicial de 10 m/s colide elasticamente com duas outras idênticas, cujos centros de massa estão em uma direção perpendicular à velocidade inicial e que estão inicialmente em contato (figura ao lado). A primeira bola está na linha de direção do ponto de contato e não há atrito entre as bolas. Determine a velocidade das três bolas após a colisão.

Obs.: As direções das duas bolas originalmente estacionárias podem ser obtidas considerando-se a direção do impulso que elas recebem durante a colisão.



Solução:

Nos instantes imediatamente antes e imediatamente depois do impacto, temos as seguintes configurações:



Como as bolas possuem a mesma massa, podemos concluir que a bola 1 não terá velocidade na direção y. Assim, utilizando a conservação do momento linear, teremos:

$$No\ eixo\ y:\ \vec{P_i} = \vec{P_f} \Rightarrow P_{iy} = P_{fy}$$

$$0 = m_2v_{2y} + m_3v_{3y}$$

$$v_{2y} = -v_{3y} \Rightarrow |v_{2y}| = |v_{3y}| = v$$

$$No\ eixo\ x:\ \vec{P_i} = \vec{P_f} \Rightarrow P_{ix} = P_{fx}$$

$$m_1v_0 = m_2v_{2x} + m_3v_{3x}$$

$$v_{2x} = v_{3x} = v\cos 30^o$$

$$10 = v_{1x} + 2v\cos 30^o \to 10 = v_{1x} + v\sqrt{3}$$

$$Segundo\ v_2\ temos:$$

$$10\cos 30^o = v - v_{1x}\cos 30^o$$

$$5\sqrt{3} = v - \frac{v_{1x}\sqrt{3}}{2}$$

$$5\sqrt{3} = v - \frac{v_{1x}\sqrt{3}}{2}$$

$$15 = v\sqrt{3} - \frac{3v_{1x}}{2} \Rightarrow v\sqrt{3} = 15 + \frac{3v_{1x}}{2}$$

$$Calculando\ v_{1x}:$$

$$\to 10 = v_{1x} + 15 + \frac{3v_{1x}}{2}$$

$$-5 = \frac{5v_{1x}}{2} \Rightarrow v_{1x} = -2\ m/s$$

Temos:  $v_{1x} = -2 \text{ m/s}$  e  $v = 4\sqrt{3} \approx 6,9 \text{ m/s}$ 

1.7 Resumo 29

#### 1.7 Resumo

O Momento Linear  $\vec{p}$  de uma partícula de massa m movendo-se com uma velocidade  $\vec{v}$  é

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

O vetor da **Posição do Centro de Massa**  $(\vec{r}_{CM})$  de um sistema de partículas é definido como

$$\vec{r}_{CM} = \frac{1}{M} \sum_{i} m_i \vec{r}_i$$

onde M é a massa total do sistema,  $m_i$  é a massa e  $r_i$  é o vetor posição da i-ésima partícula.  $\vec{r}_{CM}$  também pode ser obtido a partir da expressão com integral:

$$\vec{r}_{CM} = \frac{1}{M} \int \vec{r} dm$$

O vetor da Velocidade do Centro de Massa  $(\vec{v}_{CM})$  para um sistema de partículas é:

$$\vec{v}_{CM} = \frac{1}{M} \sum_{i} m_i \vec{v}_i$$

O momento total  $(\vec{P}_{total})$  de um sistema de partículas é igual à massa total M multiplicado pela velocidade do centro de massa:

$$\vec{P}_{total} = M \vec{v}_{CM}$$

A **segunda lei de Newton** aplicada a um sistema de partículas é descrita pela seguinte expressão:

$$\sum \vec{F}_{ext} = M\vec{a}_{CM}$$

onde  $a_{CM}$  é a aceleração do centro de massa e  $\sum \vec{F}_{ext}$  é soma sobre todas as forças externas. O centro de massa se move como uma partícula imaginária de massa M sob a influência da força externa resultante no sistema.

O **Impulso** transmitido a uma partícula por uma força resultante  $\sum \vec{F}$  é igual a integral da força para um intervalo de tempo t:

$$\vec{I} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F} dt$$

Uma colisão inelástica é aquela para a qual a energia cinética total do sistema de partículas em colisão não é conservada. Uma colisão perfeitamente inelástica é aquela em que as partículas em colisão se unem após a colisão. Uma colisão elástica é aquela em que a energia cinética do sistema é conservada.

Sistema não-Isolado: Se um sistema interage com o ambiente no sentido de que há uma força externa atuando no sistema, o comportamento desse sistema é descrito pelo **Teorema** do Momento-Impulso:

$$\vec{I} = \Delta \vec{P}_{total}$$

Sistema Isolado: O princípio da conservação do momento linear indica que o momento total de um sistema isolado (sem forças externas) é conservado, independentemente da natureza das forças que agem entre os membros do sistema:

$$M \vec{v}_{CM} = \vec{P}_{total} = constante \rightarrow Quando \sum \vec{F}_{ext} = 0$$

No caso de um sistema de duas partículas, este princípio pode ser expresso como:

$$\vec{P}_{1i} + \vec{P}_{2i} = \vec{P}_{1f} + \vec{P}_{2f}$$

O sistema pode ser isolado em termos de momento, mas não isolado em termos de energia, como no caso de colisões inelásticas.

## Referências Bibliográficas

Bauer, W.; Westfall, G. D. e Dias, W. (2012) Física Para Universitários, Mecânica, Bookman, São Paulo.

Ling, S. J.; Sanny, J. e Moebs, W. (2018) University Physics Volume 1, openstax, Hosuton, Texas.

Nussenzveig, H. M. (2008) Curso de Física Básica 1, Mecânica, Editora Blucher, São Paulo.

Resnick, S.; Halliday, D. e Krane, K. (2003) Física 1, Editora LTC, São Paulo.

Serway, R. A. e Jewett, J. W. (2018) Física Para Cientistas E Engenheiros, Volume 1, Mecânica, Editora Cengage, São Paulo.