UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA

Instituto de Física

Departamento de Física da Terra e do Meio Ambiente

DFTMA/IF/UFBA

Física Geral Teórica I - FISD36

Notas de Aulas: Módulo IV

Alanna Dutra, Edvaldo Suzarthe

e Reynam Pestana

27 de outubro de 2020

Salvador, Bahia, Brasil

Universidade Federal da Bahia Federal
& Instituo de Física (IF/UFBA)
Departamento de Física da Terra e do Meio ambiente
R. Barão de Geremoaboa, Salvador, Bahia, Brasil
40.170-290
E-mails: alannacd@ufba.br, esaraujo@ufba.br, reynam@ufba.br

Índice

Índice de Tabelas

Índice de Figuras

1

Energia e trabalho de uma força

A segunda lei de Newton permite determinar a aceleração de uma partícula e usando técnicas de integração podemos determinar a velocidade e a posição da mesma. Contudo existem alguns problemas que não são facilmente resolvidos usando as leis de Newton. Neste contexto, apresentamos aqui e no próximo módulo uma nova abordagem para resolver muitos problemas físicos de uma forma simples. Essa abordagem envolve novos conceitos físicos como, por exemplo, *energia* e *trabalho*.

Na literatura existem muitas definições para energia, todavia é difícil pensar numa única definição. Embora tenhamos experiências com energia como, por exemplo, o uso da energia elétrica para o funcionamento de uma TV, rádio ou na falta da mesma, conversão de energia eólica em eletricidade (ver Figura 1.1), ainda assim, a noção de energia é muito abstrata. Na próxima seção iremos introduzir uma nova grandeza física denominada *trabalho* que irá nos auxiliar no entendimento de energia do ponto vista físico. Vamos ver o surgimento de alguns tipos de energia como, por exemplo, energia potencial gravitacional, energia potencial elástica e energia cinética.

Figura 1.1: A energia cinética dos ventos é convertida em energia elétrica nos terminais de um gerador (Serway, 2018).

1.1 Trabalho de uma força constante

O conceito de físico de *trabalho* é diferente do conceito usado no dia a dia. Em Física, a grandeza trabalho envolve um força que é exercida enquanto o ponto de aplicação move-se através de uma determinada distância. Em termos matemáticos, o trabalho de uma força constante $\vec{F}$ é dado pelo produto escalar da mesma com o vetor deslocamento $\Delta\vec{r}$ do ponto de aplicação da força, ou seja:

$$W = \vec{F}.\Delta\vec{r} = \mid \vec{F} \mid . \mid \Delta\vec{r} \mid \cos\ \theta\ , \tag{1.1}$$

onde θ é o menor ângulo entre os dois vetores.

As unidades de trabalho são as de força multiplicadas pelas de comprimento. Portanto, a unidade no SI é **newton (N)** x **metro (m)** e recebe o nome de **joule (J)**.

Atenção: produto escalar entre dois vetores gera um número e estamos usando o ponto entre os dois vetores ($\vec{F}\boldsymbol{.}\Delta\vec{r}$) para indicar esta operação vetorial.

Podemos dizer que *trabalho* de uma força é uma transferência de energia. Se W é trabalho realizado sobre um sistema e W é positivo, a energia é transferida para o sistema; se W é negativo, a energia é transferida do sistema (Serway e Jewett, 2018).

Um **sistema** pode ser uma partícula única, um conjunto de partículas ou uma região do espaço, e pode variar em tamanho e forma. Uma **fronteira** separa o sistema do **ambiente**.

Para ilustrar o trabalho de uma força contante, na Figura 1.2 temos um exemplo simples. Uma força constante $\vec{F}$ sendo aplicada ao bloco e provocando o seu deslocamento $\Delta\vec{r}$. Temos também durante este processo as forças normal $\vec{n}$ e a força peso $m\vec{g}$, que também são constantes. Observamos que a única força que realiza o trabalho é a $\vec{F}$, cujo o trabalho é exatamente calculado pela equação (1.1). O trabalho tanto da força normal com da força peso é zero, uma vez que essas forças fazem um ângulo de 90^o com o vetor $\Delta\vec{r}$, visto que $\cos 90^o = 0$ (ver equações 1.2 e 1.3).

$$W_{normal} = \vec{n}.\Delta\vec{r} = \mid \vec{n} \mid . \mid \Delta\vec{r} \mid \cos\ 90^o = 0 \tag{1.2}$$

$$W_{peso} = m\vec{g}.\Delta\vec{r} = \mid m\vec{g} \mid . \mid \Delta\vec{r} \mid \cos\ 90^o = 0 \tag{1.3}$$

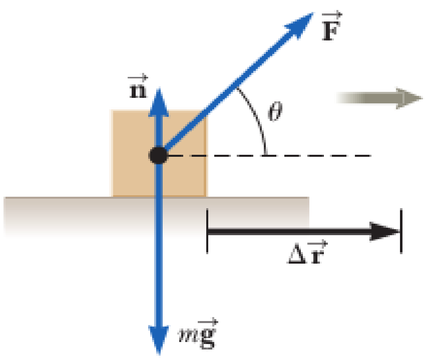


Figura 1.2: Um corpo sofre um deslocamento $\Delta\vec{r}$ sob ação de uma força $\vec{F}$ (Serway, 2018).

Na próxima seção vamos analisar o trabalho da força peso (força gravitacional) quando lançamos um objeto na vertical ou quando uma partícula se movimenta ao longo de um plano inclinado. Veremos, assim, a partir dos resultados, o surgimento da grandeza energia potencial gravitacional.

1.2 Energia potencial gravitacional

Consideremos o experimento de lançar um objeto, conforme ilustrado na Figura 1.3. Temos um movimento de queda livre e a velocidade do objeto pode ser calculada pela expressão:

$$v_1^2 = v_0^2 - 2g(z_1 - z_0) \tag{1.4}$$

Reescrevendo a equação (1.4) temos:

$$v_1^2 + 2gz_1 = v_0^2 + 2gz_0 \ . \tag{1.5}$$

Multiplicando a expressão (1.5) por $m/2$ (m é a massa da partícula) resulta em:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgz_1 = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgz_0 \ . \tag{1.6}$$

Agora, a equação (1.6) pode ser reescrita como:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -(mgz_1 - mgz_0) \ , \tag{1.7}$$

ou seja,

$$\Delta T = -\Delta U \ , \tag{1.8}$$

onde $T = (1/2)mv^2$ e $U(z) = mgz$.

A expressão $U(z) = mgz$ é a que os físicos chamam de **energia potencial gravitacional** (está associada à força gravitacional), do sistema constituído por um objeto de massa m e a Terra. Pela análise dimensional, sabemos que só podemos somar grandezas que tem a mesma dimensão. Logo, o termo $T = (1/2)mv^2$ tem dimensão de energia e é chamado de **energia cinética** (energia associada ao movimento das partículas). Mais detalhes sobre energia cinética serão fornecidas nas próximas seções. A unidade da energia potencial gravitacional e da energia cinética no SI é Joule.

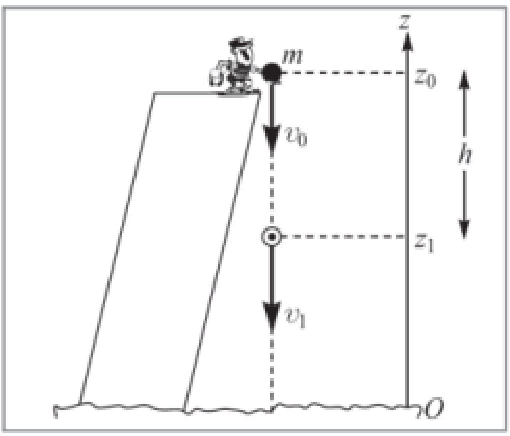


Figura 1.3: Velocidades na queda livre (Nussenzveig, 2008).

Vamos agora considerar um segundo exemplo e observar os resultados obtidos. Consideremos o experimento apresentado na Figura 1.4 onde o objeto é lançado para baixo num plano inclinado, com velocidade inicial e altura iguais ao do primeiro experimento. Através das leis de Newton, facilmente podemos verificar que a aceleração do objeto é $g\ sen\theta$ e como a aceleração é constante em relação ao tempo, a velocidade na base do plano é calculada por:

$$v_1^2 = v_0^2 + 2al\ . \tag{1.9}$$

Usando a expressão da aceleração $g\ sen\theta$ em (1.9), resulta em

$$v_1^2 = v_0^2 + 2glsen\theta \tag{1.10}$$

e lembrando que $lsen\theta = z_0 - z_1$, temos então os mesmos resultados apresentados nas equações (1.4), (1.5) e (1.6).

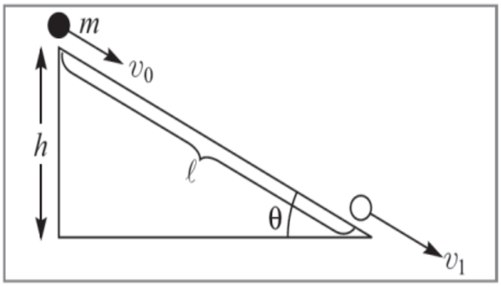


Figura 1.4: Velocidades num plano inclinado (Nussenzveig, 2008).

A obtenção dos mesmos resultados nos experimentos apresentados anteriormente não é mera coincidência. A explicação está no fato de que a única força que realiza trabalho nesses dois experimentos é a força peso e a posição inicial e final no eixo do z são iguais, além disso o módulo da velocidade inicial é igual nos dois casos. Portanto, os resultados serão iguais.

Podemos também obter a expressão pra energia potencial gravitacional, através do cálculo do trabalho da força peso, que é uma força constante. Vamos calcular o trabalho da força peso, no primeiro experimento (ver Figura 1.3), como segue:

$$W_{peso} = \vec{P}.\Delta\vec{z} = \mid \vec{P} \mid \mid \Delta\vec{z} \mid \cos\ 0^o = -(mgz_1 - mgz_0) = -\Delta U(z)\ . \tag{1.11}$$

Calculando agora o trabalho no segundo experimento (ver Figura 1.4) temos:

$$W_{peso} = \vec{P}.\Delta\vec{r} = \mid \vec{P} \mid \mid \Delta\vec{r} \mid \cos\ (90^o - \theta) = mgl \operatorname{sen}\theta = -(mgz_1 - mgz_0) = -\Delta U(z)\ . \tag{1.12}$$

Os resultados (1.11) e (1.12) mostram que o trabalho da força peso é menos a variação da energia potencial gravitacional ($-\Delta U$). A relação entre $\vec{P}$ e $U(z)$ se dá através da equação

$$\vec{P} = -\frac{dU}{dz}\hat{k} = -mg\hat{k}\ . \tag{1.13}$$

1.3 Trabalho de uma força variável

Quando a força varia com a posição, não podemos calcular o trabalho dessa força usando a equação (1.1), mas podemos usar a ideia do produto escalar da força com deslocamentos infinitesimais e usando a técnica de integração, calculamos o trabalho realizado por uma força que varia com a posição.

Por simplicidade, consideremos uma partícula que se movimenta ao longo do eixo x, sob ação de uma força $F_x\hat{i}$, que varia com a posição x. Para um pequeno deslocamento $\Delta x\hat{\mathbf{i}}$, a força F_x é aproximadamente constante, assim podemos usar a equação (1.1) para calcularmos aproximadamente o trabalho ΔW, ou seja:

$$\Delta W \approx (F_x\hat{\mathbf{i}}).(\Delta x\hat{\mathbf{i}}) \approx F_x\Delta x \; . \tag{1.14}$$

A expressão (1.14) é a área do retângulo sombreada na Figura (1.5). Para calcular o trabalho realizado num deslocamento finito $x_i \rightarrow x_f$, podemos decompô-lo em uma sucessão de deslocamentos muito pequenos Δx, a cada dos quais aplicamos a (1.14), passando depois ao limite em que $\Delta x \rightarrow 0$. Por último, é realizada a soma dos resultados, conforme mostrado na equação (1.15):

$$W = \lim_{\Delta x \to 0} \sum_{x_i}^{x_f} F_x\Delta x \; = \int_{x_i}^{x_f} F_x \, dx \; . \tag{1.15}$$

Portanto, podemos expressar o trabalho realizado por F_x sobre uma partícula (ou sistema), enquanto ela se move de x_i a x_f, como:

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x \, dx \; . \tag{1.16}$$

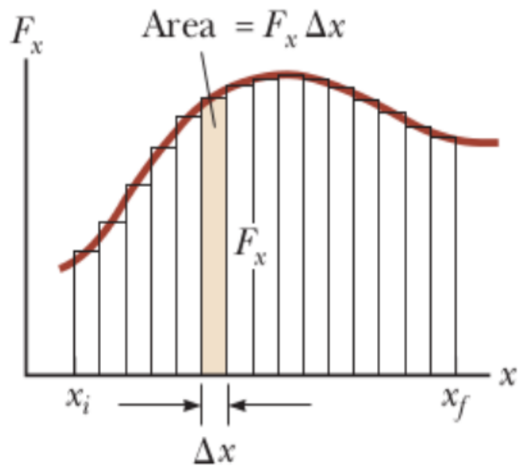


Figura 1.5: Trabalho de uma força variável (Serway, 2018).

Se mais de uma força agir sobre um sistema, e o sistema puder ser considerado uma partícula, o trabalho realizado sobre o sistema será aquele realizado pela força resultante. Se expressarmos a força resultante na direção x como $\sum F_x$, o trabalho total, ou trabalho resultante, realizado enquanto partícula se move de x_i a x_f é:

$$W_{res} = \sum W = \int_{x_i}^{x_f} \left(\sum F_x\right) dx \quad \text{(partícula)} \; . \tag{1.17}$$

Considerando a força resultante e o vetor deslocamento em três dimensões, temos que o trabalho resultante é dado por:

$$W_{res} = \sum W = \int \left(\sum \vec{F}\right) . \, d\vec{r} \quad \text{(partícula)} \, , \tag{1.18}$$

onde a integral é calculada sobre o trajeto que a partícula faz no espaço. É importante chamar atenção que o trabalho resultante é realizado por um agente externo sobre o sistema.

Atenção: se o sistema não puder ser considerado uma partícula (por exemplo, se ele for deformável), não podemos utilizar a equação (1.18), por que diferentes forças agindo sobre o sistema podem se mover por diferentes deslocamentos. Neste caso, devemos avaliar o trabalho realizado por cada força separadamente, e, então, adicionar os trabalhos algebricamente para encontrar o trabalho resultante realizado sobre o sistema (Serway e Jewett, 2018), ou seja:

$$W_{res} = \sum W = \sum_{\text{forças}} \left(\int \vec{F} . \, d\vec{r}\right) \quad \text{(sistema deformável)} \, . \tag{1.19}$$

1.4 Energia potencial elástica

A energia potencial elástica está associado ao trabalho realizado pela força elástica no processo de compressão ou distensão da mola. Vamos então calcular o trabalho da força elástica e analisar os resultados.

Na Figura 1.6, apresentamos um sistema mecânica que é constituído de um bloco de massa m, preso a uma extremidade da mola cuja a outra extremidade é fixa. A Figura 1.6b mostra a situação de equilíbrio (mola nem comprimida nem distendida). Seja $x\hat{i}$ o vetor deslocamento do bloco, medido a partir da posição de equilíbrio. Sabemos que para pequenos deslocamentos da mola, a força elástica é dada por $\vec{F}_{el} = -kx\hat{i}$. Assim o trabalho realizado pela força elástica (força da mola) para deslocar o bloco de uma posição x_i até x_f é dada por:

$$W_{mola} = \int_{x_i}^{x_f} (-kx\hat{\mathbf{i}}).(dx\hat{\mathbf{i}}) = \int_{x_i}^{x_f} -kx \; dx = -\left[\frac{1}{2}kx_f^2 - \frac{1}{2}kx_i^2\right] = -[U(x_f) - U(x_i)] = -\Delta U \; , \tag{1.20}$$

onde $U(x) = (1/2)kx^2$, que é conhecida como energia potencial elástica (Verifique: $\vec{F}_{el} = -(dU/dx)\hat{i}$). Assim, de acordo com a equação (1.17), o trabalho da força é menos a variação da energia potencial elástica.

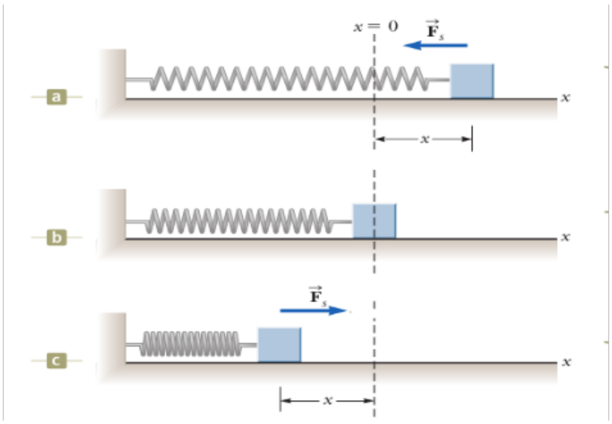


Figura 1.6: Trabalho da força elástica (Serway, 2018).

1.5 Forças conservativas e não conservativas

Dizemos que uma força é conservativa, quando o trabalho total realizado por esta força sobre uma partícula é nulo, enquanto a mesma se move ao longo de um percurso fechado e retorna ao ponto de partida. Se o trabalho total para o percurso completo não é nulo, diz-se que a força é não conservativa. Na Figura 1.7, temos o exemplo de uma força conservativa que é a força peso. Pode-se observar que o trabalho num caminho fechado é zero, ou seja:

$$W_{subida} + W_{descida} = -mgh + mgh = 0 \; . \tag{1.21}$$

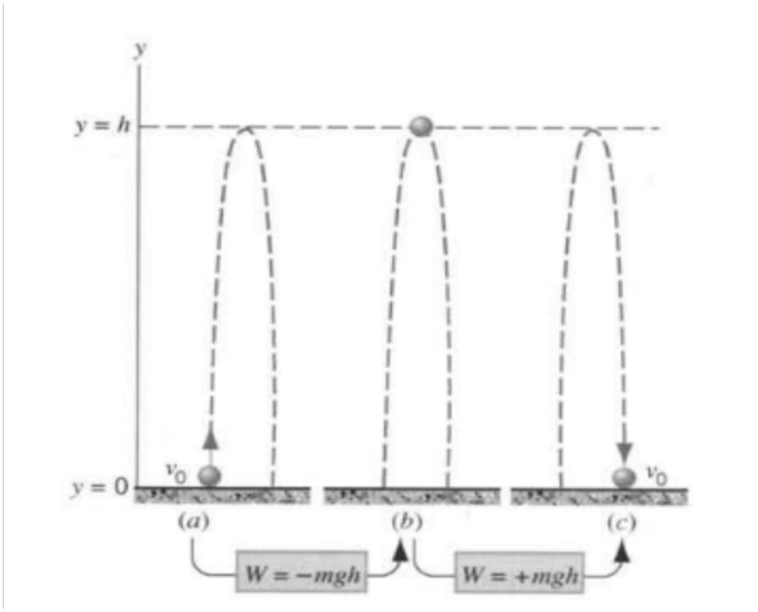


Figura 1.7: Trabalho da força peso num percurso fechado (Resnick, 2003).

Na Figura 1.8, temos o trabalho da força elástica num percurso fechado, onde facilmente vemos que o trabalho total é nulo. Logo, concluímos que a força elástica é uma força conservativa.

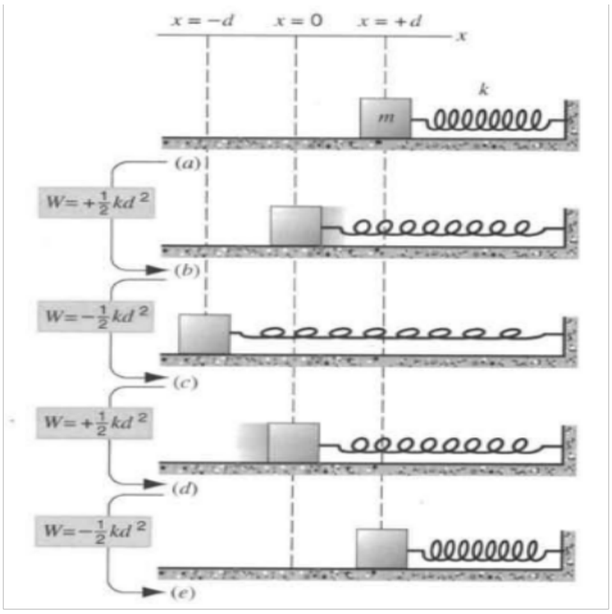


Figura 1.8: Trabalho da força elástica num percurso fechado (Resnick, 2003).

Na Figura 1.9 temos um exemplo do trabalho da força de atrito. Podemos observar que o trabalho total num percurso fechado não é zero. Logo, concluímos que a força de atrito é uma força não conservativa.

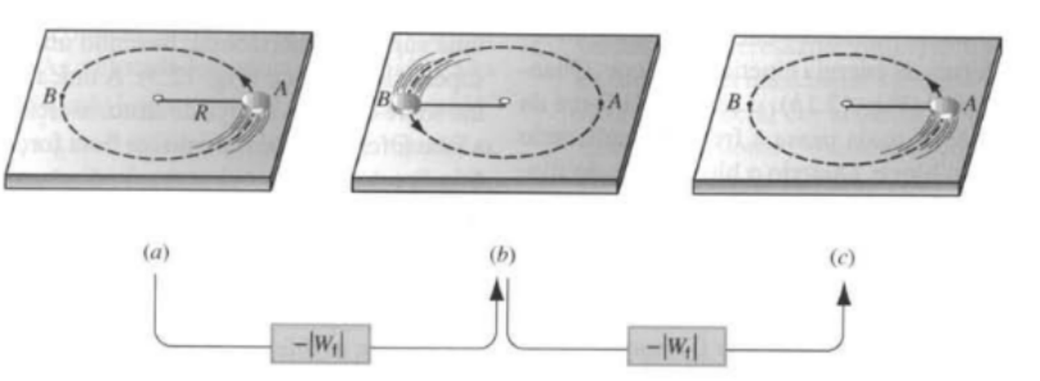


Figura 1.9: Trabalho da força de atrito num percurso fechado (Resnick, 2003).

1.6 Teorema do trabalho-energia cinética

Nesta seção, veremos a relação entre trabalho e variação da energia cinética. Por simplicidade, consideraremos o caso unidimensional e depois estenderemos os resultados para três dimensões. Consideremos o problema apresentado na Figura 1.10. O trabalho resultante é dado por

$$W_{res} = \int \left(\sum F\right) dx = \int_{x_i}^{x_f} (ma)dx = \int_{x_i}^{x_f} \left(m\frac{dv}{dt}\right) dx = \int_{v_i}^{v_f} (mdv)dv \ , \qquad (1.22)$$

$$W_{res} = \int_{v_i}^{v_f} (mdv)dv = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = \Delta T \ . \qquad (1.23)$$

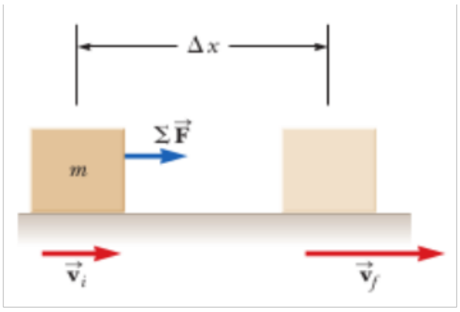


Figura 1.10: Um corpo sofrendo ação de várias forças na direção do x.

$$W_{res} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 \quad \text{(Trabalho resultante)} \tag{1.24}$$

No caso geral, apresentado na Figura (1.11), onde uma partícula se desloca do ponto P_1 até P_2, sob ação de várias forças (força resultante), aqui denotado por $\sum \vec{F}_i$, então o trabalho resultante é dado por:

$$W_{P_1 \to P_2}^{(C)} = \lim_{|\Delta l_i| \to 0} \sum_i \vec{F}_i . \Delta \vec{l}_i \;= \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} . \vec{dl} \; . \tag{1.25}$$

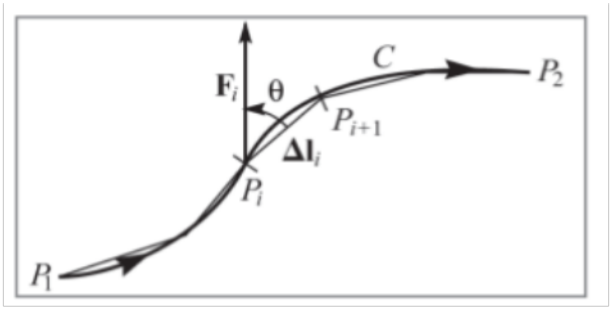


Figura 1.11: Intergral de linha (Nussenzveig, 2008).

O limite na equação (1.25) define a integral de linha de $\vec{F}.\vec{dl}$ de P_1 até P_2 ao longo da curva C. Escrevendo os vetores $\vec{F}$ e $\vec{dl}$ no sistema de coordenadas cartesiano e desenvolvendo o produto escalar, temos o seguinte resultado:

$$\vec{F}.\vec{dl} = F_x dx + F_y dy + F_z dz \; . \tag{1.26}$$

Agora, usando a equação 1.26 em (1.27) temos:

$$W_{P_1 \to P_2}^{(C)} = \int_{P_1(C)}^{P_2} \vec{F}.\vec{dl} = \int_{P_1(C)}^{P_2} (F_x dx + F_y dy + F_z dz) = \int_{P_1(C)}^{P_2} F_x dx + \int_{P_1(C)}^{P_2} F_y dy + \int_{P_1(C)}^{P_2} F_z dz \tag{1.27}$$

Desenvolvendo de forma análoga ao que fizemos em (1.24), temos que:

$$W_{P_1 \to P_2}^{(C)} = \int_{P_1(C)}^{P_2} \vec{F}.\vec{dl} = \frac{1}{2}m[(v_{2x}^2 + v_{2y}^2 + v_{2z}^2) - (v_{1x}^2 + v_{1y}^2 + v_{1z}^2)] = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \; . \tag{1.28}$$

Assim, obtemos que

$$W_{P_1 \to P_2}^{(C)} = T_2 - T_1 = \Delta T \; . \tag{1.29}$$

1.7 Conservação da energia mecânica

Após toda discussão realizada neste módulo sobre trabalho, forças conservativas e não-conservativas, energia potencial gravitacional, energia potencial elástica e energia cinética, podemos concluir que a energia mecânica de um sistema se conserva, se houver apenas o trabalho de forças conservativas atuando.

> A energia mecânica total E de um sistema isolado é definida como sendo a soma da energia cinética e potencial (neste módulo vimos apenas a gravitacional e a elástica). A energia potencial origina-se das forças que os objetos dentro do sistema exercem uns sobre os outros, tendo sido suposto que estas forças sejam conservativas. Em um sistema isolado deste tipo, a energia mecânica total permanece constante.

Quando a energia mecânica de um sistema é conservada, podemos relacionar a soma da energia cinética com a energia potencial num instante à soma em outro instante, sem levar em conta o movimento intermediário e sem calcular o trabalho realizado pelas forças envolvidas. Na seção exercícios de resolvidos, ilustramos a facilidade de usarmos a lei da conservação de energia mecânica para resolvermos vários problemas físicos.

Podemos estender o conceito de conservação de energia, de forma a incluir a energia que é dissipada e outras formas de energia. A equação da energia tem a seguinte forma:

$$\Delta E = \Delta E_{mec} + \Delta E_t + \Delta E_i nt \ , \tag{1.30}$$

onde ΔE é variação da energia do sistema, ΔE_{mec} é uma variação da energia mecânica do sistema, ΔE_t é uma variação da energia térmica do sistema e ΔE_{int} é uma variação de qualquer outro tipo de energia interna do sistema. Em que ΔE_{mec} estão incluídas as variações da energia cinética e as variações da energia potencial (elástica e gravitacional).

1.8 Potência

Definimos a potência como sendo a taxa de variação do trabalho por unidade de tempo. Podemos definir a potência média e a potência instantânea. Potência média no intervalo de tempo:

$$P_m = \frac{\Delta W}{\Delta t} \tag{1.31}$$

Potência instantânea no instante t:

$$P(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{W(t)}{\Delta t} = \frac{dW}{dt} \tag{1.32}$$

Vamos supor que conhecemos o trabalho W(t) realizado por uma força em função do tempo. Então, nesse caso, para determinar a potência instantânea P, digamos, no instante t = 5,0 s, basta derivar W(t) em relação ao tempo e calcular o valor da derivada para t = 5,0 s.

Obtemos da expressão anterior uma relação útil para expressar o trabalho infinitesimal de uma força a qual é associada uma potência P(t), durante o intervalo de tempo infinitesimal dt:

$$dW = P(t)dt \tag{1.33}$$

$$W = \int P(t)dt \tag{1.34}$$

Também podemos expressar a taxa com a qual uma força realiza trabalho sobre uma partícula (ou um objeto que se comporta como uma partícula) em termos da força e da velocidade da partícula. Para uma partícula que se move em linha reta (ao longo do eixo x, digamos) sob a ação de uma força. Obtemos então uma nova expressão da potência mecânica instantânea:

$$P(t) = \frac{dW}{dt} = \frac{(\vec{F}.\, d\vec{r})}{dt} = \vec{F}.\, \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F}.\, \vec{v} \tag{1.35}$$

$$P(t) = \vec{F}.\, \vec{v} = \mid \vec{F} \mid\mid \vec{v} \mid cos(\theta) \quad (\theta \text{ é menor entre } \vec{F} \text{ e } \vec{v}). \tag{1.36}$$

A unidade de potência do SI é o joule por segundo (J/s). Essa unidade é usada com tanta frequência que recebeu um nome especial, o Watt (W), em homenagem a James Watt, cuja contribuição foi fundamental para o aumento da potência das máquinas a vapor.

Exemplo

Um elevador de 650 kg parte do repouso. Ele sobe durante 3.00 s com aceleração constante até alcançar sua velocidade escalar de operação de 1,75 m/s.

a) Qual a potência média do motor do elevador durante esse período?

b) Como se compara essa potência com a potência do motor quando o elevador está em movimento à velocidade de operação?

Respostas:

a) Previamente, determinaremos a aceleração do elevador:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1,75}{3} = 0,583\ m/s^2$$

De posse da aceleração poderemos determinar a distância percorrida pelo elevador durante ação da força de motor. Assim,

$$v_t^2 = v_1^2\ + 2ay \Rightarrow 1.75^2 = 0 + 2 \times 0,583\ y\ \Rightarrow y = 2,627\ m$$

Utilizando novamente o valor de aceleração do elevador, podemos determinar o valor da força efetuada pelo motor, com auxilio da força resultante. Assim,

$$F_R = F - m.g \Rightarrow 650 \times 0,583 = F - 650 \times 9,8\ \Rightarrow F = 6748,95\ N$$

Agora que temos a força efetuada pelo motor e também a distância, poderemos calcular o trabalho realizado pelo motor e a potência média. Logo,

$$W_F = F \times y = 6748,95 \times 2,627 = 17729.5\ J$$

$$P_F = \frac{W_F}{\Delta t} = \frac{17729,5}{3} = 5.909,8\ J/s$$

b)

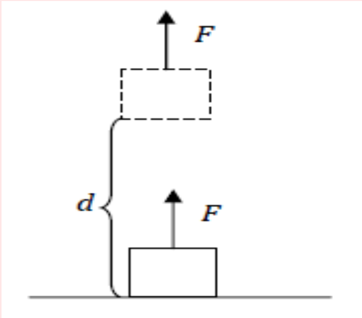
$$P = F \times v \Rightarrow P = 650 \times 9,8 \times 1,75\ \Rightarrow P = 11.147,5\ J/s$$

No primeiro caso, a força que o motor exercia no elevador necessariamente era maior do que o peso. No segundo caso (b), a força exercida pelo elevador é igual ao peso.

1.9 Exercícios resolvidos

Exemplo 1

Uma corda é usada para baixar verticalmente um bloco de massa m até uma distância d com uma aceleração igual a $g/5$. Calcule o trabalho realizado pela tensão da corda sobre o bloco.



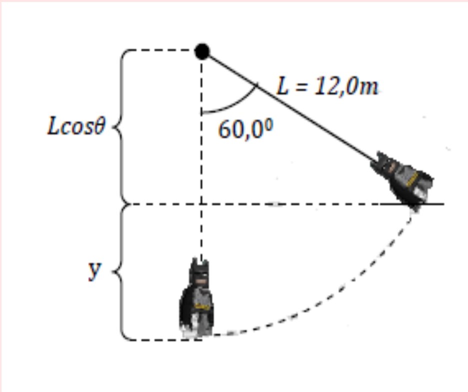
Solução:
W_F = trabalho da tensão; W_P = trabalho da força peso;

$$P - F = ma \Rightarrow F = mg - m.\frac{g}{5} \Rightarrow F = \frac{4}{5}mg$$

$$W_F = -\frac{4}{5}.m.g.d \quad \text{(contrário ao movimento)}$$

Exemplo 2

(Serway, 2018) Batman, cuja massa é de 80 kg, está dependurado na extremidade de uma corda de 12,0 m, com a outra extremidade fixa em um galho de árvore acima dele. Ele coloca a corda em movimento da forma que ela oscile o suficiente para que ele alcance uma saliência quando a corda faz um ângulo de 60^0 com a vertical. Quanto trabalho é feito pela força gravitacional nessa manobra?



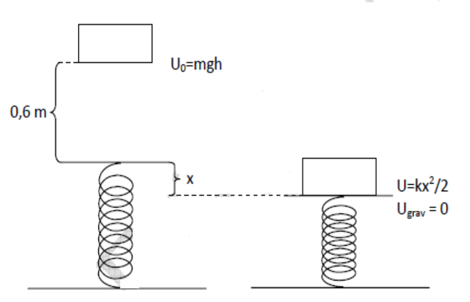
Solução:

$$L = y + L\cos\theta \;\Rightarrow\; y = 12 - 12\,cos\,60^0 \;\Rightarrow\; y = 6\ m$$

$$W_g = -m.g.y \;\Rightarrow\; W_g = -80 \times 9,8 \times 6 \Rightarrow W_g = -4704\ J$$

Exemplo 3

Para uma certa mola, a constante elástica vale 2500 N/m. Um bloco de massa 4,0 kg cai sobre esta mola de uma altura h = 0,6 m. Despreze o atrito, ache a deformação sofrida pela mola. Considere a figura ao lado.



Solução:

A deformação da mola "x"será máxima, quando o bloco parar, ou seja, o bloco não terá energia cinética. Assim, pelo princípio da conservação de energia (forças conservativas), teremos:

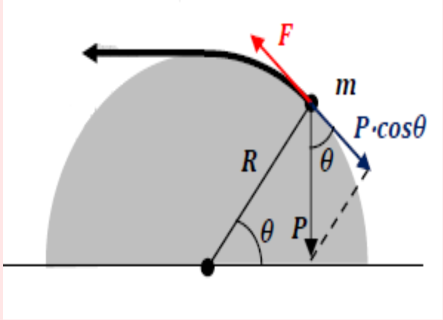
$$E_0 = E \Rightarrow mg(0,6 + x) = k\frac{x^2}{2}$$

$$23,5 + 39,2x = 1250.x^2 \Rightarrow x = 39,2 \mp \frac{\sqrt{119036,6}}{2500}$$

$$x' = 0,15\ m\ e\ x'' = -0,12\ m \Rightarrow x_{max} = x' = 0,15\ m$$

Exemplo 4

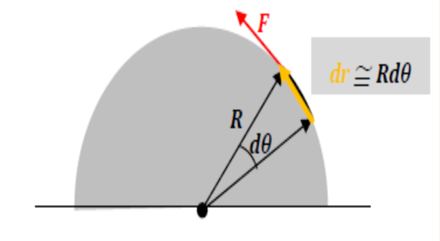
(Serway, 2018) Um pequeno corpo de massa m é puxado até o topo de um semicilindro sem atrito de (raio R) por uma corda que passa pelo topo do cilindro, como ilustrado na figura.
(a) Se o corpo se desloca com velocidade escalar constante, mostre que $F = m.g.cos\theta$.
(b) Integrando diretamente $W = \int \vec{F}d\vec{r}$, encontre o trabalho feito ao se mover o corpo com velocidade escalar constante da base até o topo do semicilindro.



Solução:

(a) Se o corpo se desloca com velocidade constante, a componente de sua aceleração tangente ao cilindro tem de ser nula em todos os instantes. Como a aceleração tangencial deve ser nula, teremos:

$$F = Pcos\theta \Rightarrow F = m.g.cos\theta$$



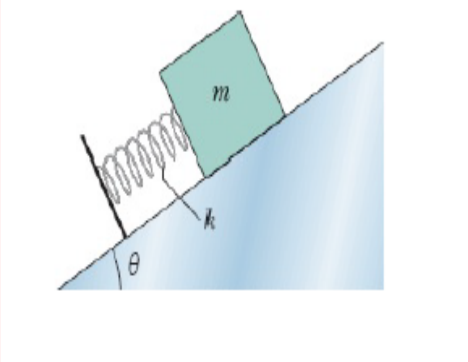
(b) Teremos :

$$W_F = \int \vec{F}d\vec{r} = \int Fdr \Rightarrow W_F = \int_0^{\pi/2} m.g.cos\theta.Rd\theta$$

$$W_F = m.g.R\int_0^{\pi/2} cos\theta d\theta = m.g.R.sen\theta|_0^{\pi/2} \Rightarrow W_F = m.g.R$$

Exemplo 5

(Halliday, 2008) Um bloco, de massa m = 12,00 kg, está apoiado em uma mola em um plano inclinado, sem atrito, de ângulo $\theta = 30^0$ (Fig. ao lado), o bloco não está preso à mola. A mola pode ser comprimida 20 cm por uma força elástica de 270 N. O bloco pára momentaneamente após comprimir a mola 5,5 cm. (a) Que distância o bloco desce ao longo do plano da posição de repouso inicial até o ponto em que pára momentaneamente? (b) Qual é a velocidade do bloco no momento em que entra em contato com a mola?



Solução:

Referimos ao seu ponto de partida como A, o ponto onde ele primeiro entra em contato com a mola como B e o ponto onde a mola é comprimida $\mid x \mid$ = 0,055 m como C. O ponto C é nosso ponto de referência para calcular a energia potencial gravitacional. Energia potencial elástica (da mola) é zero quando a mola está relaxada. As informações fornecidas na segunda frase nos permitem calcular a constante da mola. Da lei de Hooke, encontramos

$$k = \frac{F}{x} = \frac{270\ N}{0,02\ m} = 1,35.10^4\ N/m$$

(a) Notamos que a distância deslizante total $l + |x|$ está relacionada à altura inicial h do bloco (medida em relação a C) por

$$\frac{h}{l + |x|} = \operatorname{sen}\theta$$

onde o ângulo de inclinação θ é 30^0. A conservação de energia mecânica leva a

$$E_A = E_C \Rightarrow K_A + U_{g,A} = K_C + U_{g,C} \Rightarrow 0 + mgh = 0 + \frac{1}{2}kx^2$$

assim chegamos na solução para h:

$$h = \frac{kx^2}{2mg} = \frac{(1,35.10^4\ N/m)(0,55\ m)^2}{2(12\ kg)(9,8\ m/s^2)} = 0,174\ m$$

Portanto,

$$l + |x| = \frac{h}{sen30^0} = \frac{0,174\ m}{sen30^0} = 0,35\ m$$

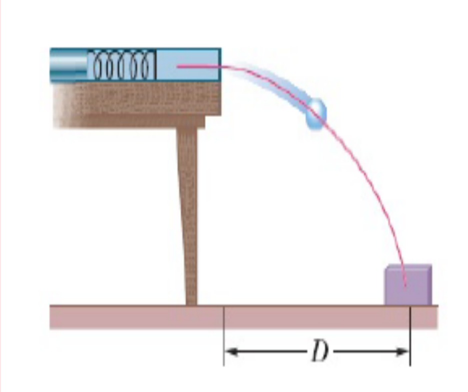
(b) A partir deste resultado, encontramos $l = 0,35 - 0,055 = 0,29$ m, o que significa que $\Delta y = -lsen\theta = -0,15m$ ao deslizar do ponto A para o ponto B.

$$\Delta K + \Delta U = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 + mg\Delta h = 0$$

assim chegamos na solução para $v_B = \sqrt{-2g\Delta h} = \sqrt{-(9,8)(-0,15)} = 1,7$.
Portanto, $v_B = 1,7\ m/s$.

Exemplo 6

(Halliday, 2008) Duas meninas estão disputando um jogo no qual tentam acertar uma pequena caixa, no chão, com uma bola de gude lançada por um canhão de mola montado em uma mesa. A caixa está a uma distância horizontal D = 2,20 m da borda da mesa; veja a figura ao lado. Bia comprime a mola 1,10 cm, mas o centro da bola de gude cai 27,0 cm antes do centro da caixa. De quanto Carol deve comprimir a mola para acertar a caixa? Suponha que o atrito da mola e da bola com o canhão é desprezível.



Solução:

A distância que a bola de gude percorre é determinada por sua velocidade inicial, e a velocidade inicial é determinada (usando a conservação de energia) pela compressão original da mola. Denotamos h como a altura da mesa e x como a distância horizontal até o ponto onde a gude cai. Então $x = v_0 t$ e $h = \frac{1}{2}gt$ (já que o componente vertical da "velocidade de lançamento" da bola de gude é zero). Destes encontramos $x = v_0\sqrt{2h/g}$.
Notamos que a distância até o ponto de pouso é diretamente proporcional à velocidade inicial. Denotamos que $v_{0,1}$ é a velocidade inicial do primeiro tiro e $D_1 = (2,20 - 0,27)\ m = 1,93\ m$ é a distância horizontal ao seu ponto de aterrissagem; da mesma forma, $v_{0,2}$ é a velocidade inicial do segundo tiro e $D = 2,20\ m$ é a distância horizontal até o local de pouso. Então

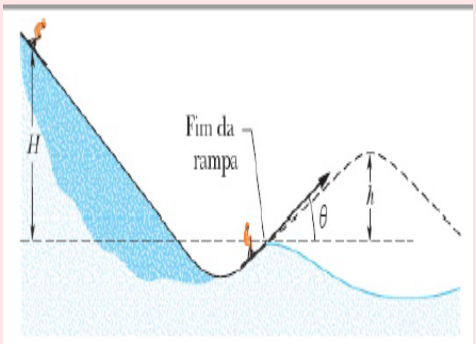
$$\frac{v_{0,2}}{v_{0,1}} = \frac{D}{D_1} \Rightarrow v_{0,2} = \frac{D}{D_1}v_{0,1}$$

Quando a mola é comprimida em uma quantidade l, a energia potencial elástica é $\frac{1}{2}kl^2$. Quando a gude sai a primeira vez, sua energia cinética é $\frac{1}{2}m{v_0}^2$, A energia mecânica é conservada: $\frac{1}{2}m{v_0}^2 = \frac{1}{2}kl^2$, e vemos que a velocidade inicial da bola de gude é diretamente proporcional à compressão original da mola.
Se l_1 a compressão para o primeira caso, e l_2 for a compressão para o segundo, então $v_{0,2} = (l_2/l_1)v_{0,1}$. Relacionando isso com o resultado anterior, obtemos:

$$l_2 = \frac{D}{D_1}l_1 = \frac{2,20\ m}{1,93\ m}(0,011\ m) = 0,0125\ m$$

Exemplo 7

(Halliday, 2008) Um esquiador de 60 kg parte do repouso a uma altura H = 20 m acima da extremidade de uma rampa para saltos de esqui e deixa a rampa fazendo um ângulo $\theta = 28^o$ com a horizontal. Despreze os efeitos da resistência do ar e suponha que a rampa não tem atrito.
(a) Qual é a altura máxima h do salto em relação à extremidade da rampa?
(b) Se o esquiador aumentasse o próprio peso colocando uma mochila nas costas, h seria maior, menor ou igual?



Solução:

Sabemos que a altura h do salto do esquiador pode ser encontrada em $v_y^2 = 0 = v_{0y}^2 - 2gh$ onde $v_{0y} = v_0 \operatorname{sen} 28^o$ é a componente vertical da velocidade de lançamento do esquiador.Para encontrar v_0, usamos conservação de energia.
(a) O esquiador começa do repouso em $y = 20\ m$. Para conservação de energia

$$mgy = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gy} = 20\ m/s$$

que se torna a velocidade inicial v_0 para o lançamento. Portanto, a equação acima relacionada h com v_0 produz

$$h = \frac{(v_0 \operatorname{sen} 28^o)^2}{2g} = 4,4\ m$$

(b) Vemos que todas as referências à massa são canceladas nos cálculos acima, portanto, um novo valor para a massa produzirá o mesmo resultado de antes.

Exemplo 8

(Serway, 2018) Uma bala de 100 g é disparada de um rifle com um cano de comprimento 0,600 m. Supondo que a origem seja colocada onde o marcador começa para se mover, a força (em Newtons) exercida pela expansão do gás na bala é $F = 15.000 + 10.000x - 25.000x^2$, em que x está em metros. (a) Determine o trabalho realizado pelo gás na bala enquanto a bala percorre o comprimento do cano. (b) E se? Se o cano tiver 1,00 m de comprimento, quanto trabalho é realizado, e como esse valor se compara ao trabalho calculado em (a)?
Solução:
(a)

$$W = \int_i^f \vec{F} d\vec{r} \Rightarrow W = \int_0^{0,600} (15.000 + 10.000x - 25.000x^2)(N/m^2)\ cos0^o\ dx$$

$$W = 15.000x + \frac{10.000x^2}{2} - \frac{25.000x^3}{3}|_0^{0.600} \Rightarrow W = (9,00 + 1,80 - 1,80)\ kJ = 9,00\ kJ$$

(b) Similarmente,

$$W = 15.000(1,00\ m) + \frac{10.000(1,00\ m)^2}{2} - \frac{25.000(1,00\ m)^3}{3} \Rightarrow W = 11,7\ kJ\ ,\ 29,6\%\ maior$$

Exemplo 9

Um próton com massa igual a $1,67.10^{-27}$ kg é impulsionado com uma velocidade inicial de $3,00.10^5$ m/s diretamente contra um núcleo de urânio situado a uma distância de 5,00 m. O próton é repelido pelo núcleo de urânio com uma força de módulo $F_x = \alpha x^{-2}$, onde x é a distância entre as duas partículas e $\alpha = 2,12.10^{-26}\ N.m^2$. Suponha que o núcleo de urânio permaneça em repouso.

(a) Qual a velocidade do próton quando ele está a uma distância de $8,00.10^{-10}$ m do núcleo de urânio?

b) À medida que o próton se aproxima do núcleo de urânio, a força de repulsão faz sua velocidade diminuir até ele ficar momentaneamente em repouso, depois do que ele passa a se afastar do núcleo de urânio. Qual a distância mínima entre o próton e o núcleo de urânio?

c) Qual a velocidade do próton quando ele está novamente a uma distância de 5,0 m do núcleo de urânio?

Solução:
a)

$$W_{i\to f} = \int \vec{F}.\vec{dr} = \Delta K$$

$$W_{i\to f} = \int_5^{8.10^{-10}} \frac{\alpha}{x^2}.dx \ = \ \frac{m}{2}({v_f}^2 - 9.10^{10}) \ = \ -\frac{\alpha}{x}|_5^{8.10^{-10}}$$
$$= \ -\frac{2\alpha}{m}(\frac{1}{8.10^{-10}} - \frac{1}{5}) \ = \ ({v_f}^2 - 9.10^{10}) \Rightarrow v_f = 2,4.10^5\ m/s$$

b)

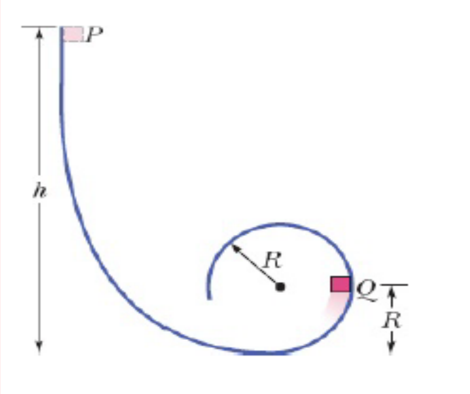
$$W_{i\to f} = \int \vec{F}.\vec{dr} = \Delta K$$

$$W_{i\to f} = \int_5^{x_{min}} \frac{\alpha}{x^2}.dx \ = \ \frac{m}{2}(0 - 9.10^{10}) \ = \ -\frac{\alpha}{x}|_5^{x_{min}} \ = \ -\frac{m}{2}.9.10^{10}$$
$$= \ -\frac{2\alpha}{m}(\frac{1}{x_{min}} - \frac{1}{5}) \ = \ 9.10^{10} \Rightarrow x_{min} = 2,8.10^{-10}\ m$$

c) Como a força que retarda é a mesma que acelera o próton, o módulo da velocidade do próton quando atingir a distância de 5,0 m será o mesmo, isto é, $3,0.10^5 m/s$

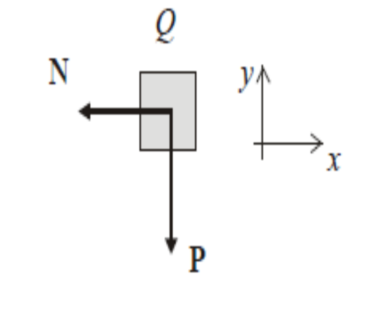
Exemplo 10

(Halliday, 2008) Na figura ao lado um pequeno bloco, de massa m = 0,032 kg, pode deslizar em uma pista sem atrito que forma um loop de raio R = 12 cm. O bloco é liberado a partir do repouso no ponto P, a uma altura h = 5,0 R acima do ponto mais baixo do loop.
(a)Qual é a força resultante que atua no bloco quando estiver no ponto Q?



Solução:

No ponto Q a força normal (N) é a própria força centrípeta do movimento circular de raio R, uma vez que o peso do bloco (P) não possui componente radial. Logo:



$$\vec{P} = -mg\,\hat{j} \;\; e \;\; \vec{N} = N\,\hat{i}$$

Em Q a força normal (N) é a própria força centrípeta do movimento circular de raio R, uma vez que o peso do bloco (P) não possui componente radial. Logo:

$$F_{c,Q} = N = \frac{mv_Q^2}{R}$$

Aplicando-se o princípio de conservação de energia aos ponto P e Q:

$$E_P = E_Q \Rightarrow K_P + U_{g,P} = K_Q + U_{g,Q}$$

$$0 + mg5R = \frac{1}{2}mv_Q^2 + mgR \Rightarrow v_Q^2 = 8gR$$

Substituindo v_Q^2 em $F_{c,Q} = N$

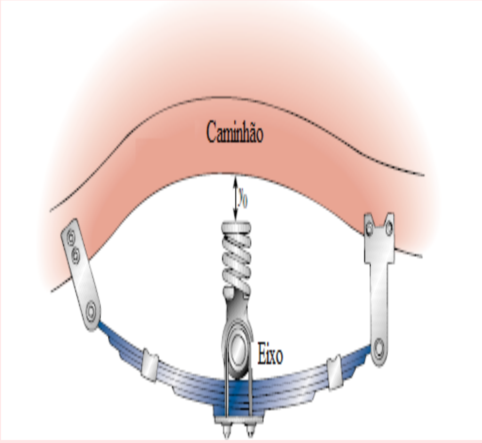
$$N = 8mg \Rightarrow \vec{N} = 8mg\,\hat{i}$$

Portanto, a força resultante sobre o bloco no ponto Q vale:

$$\vec{R} = \vec{N} + \vec{P} \Rightarrow \vec{R} = 8mg\,\hat{i} + mg\,\hat{j} \Rightarrow \vec{R} = 2,5\,\hat{i} + 0,32\,\hat{j}\;N$$

Exemplo 11

(Serway, 2018) As suspensões dos caminhões geralmente têm "molas auxiliares" que engatam em altas cargas. Um desses arranjos é uma mola principal com uma mola auxiliar montada no eixo, como na Figura ao lado. A mola auxiliar engata quando a mola principal é comprimida pela distância y_0, e então ajuda a suportar qualquer carga adicional. Considere a mola principal com constante elástica (k_l) de $5,25X10^5\ N/m$, e a constante da mola auxiliar (k_a) é de $3,60X10^5\ N/m$ e $y_0 = 0,500\ m$.



(a) Qual é a compressão da mola principal para uma carga de $5,00X10^5\ N$?
(b) Quanto trabalho foi realizado para comprimir as molas?

Solução:
(a)

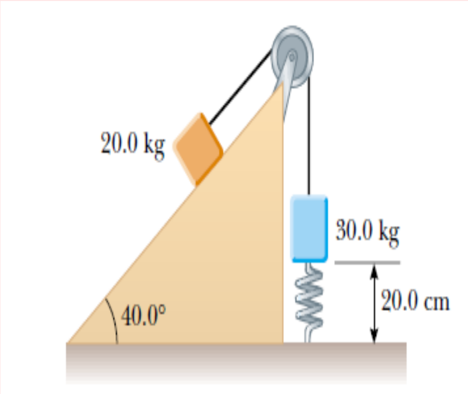
$$F_R = k_l x_l + k_a x_a \ = \ k_l x_l + k_a(x_l - y_0) \Rightarrow 5,00.10^5\ N$$
$$F_R = 5,25X10^5 \frac{N}{m} x_l + 3,60.10^5 \frac{N}{m}(x_l - 0,5)\ m$$
$$x_l = 0,768\ m$$

(b)

$$W = \frac{1}{2}k_l x_l^2 + \frac{1}{2}k_a x_a^2$$
$$W = \frac{1}{2}(5,25X10^5 \frac{N}{m})(0,768\ m)^2 + \frac{1}{2}(3,60.10^5 \frac{N}{m})(0,268\ m)^2$$
$$W = 1,68.10^5\ J$$

Exemplo 12

Um bloco de 20,0 kg é conectado a um bloco de 30,0 kg por uma corda que passa sobre uma polia leve e sem atrito. O bloco de 30,0 kg está conectado a uma mola de massa desprezível e constante de força de 250 N/m, conforme mostrado na Figura ao lado. A mola não está esticada quando o sistema está conforme mostrado na figura e a inclinação não tem atrito. O bloco de 20,0 kg é puxado 20,0 cm para baixo na inclinação (de modo que o bloco de 30,0 kg esteja 40,0 cm acima do chão) e solto do repouso. Encontre a velocidade de cada bloco quando o bloco de 30,0 kg estiver 20,0 cm acima do chão (ou seja, quando a mola não estiver esticada).

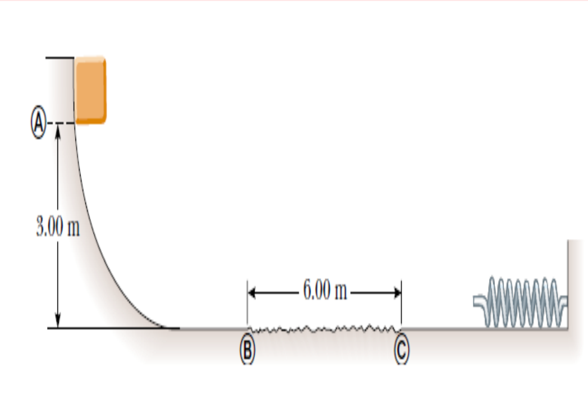


Solução:

$$
\begin{aligned}
(K+U)_i = (K+U)_f \rightarrow \\
\rightarrow 0 + (30,0\ kg)(9,8\ m/s^2)(0,200\ m) + \frac{1}{2}(250\ N/m)(0,200\ m)^2 \\
\rightarrow \frac{1}{2}(50,0\ kg)v^2 + (20,0\ kg)(9,8\ m/s^2)(0,200\ m)\,\text{sen}\,40^o \\
\rightarrow 58,8J + 5,00J = (25,0kg)v^2 + 25,2J \\
v = 1,24m/s
\end{aligned}
$$

Exemplo 13

Um bloco de 10,0 kg é lançado de uma altura de 3,00 m como mostrado na Figura ao lado. A pista é sem atrito, exceto para a porção entre os pontos B e C, que tem um comprimento de 6,00 m. O bloco viaja pela pista, atinge uma mola de força constante 2.250 N/m, e comprime a mola 0,300 m da sua posição de equilíbrio antes de parar momentaneamente. Determine o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a superfície rugosa entre eles.

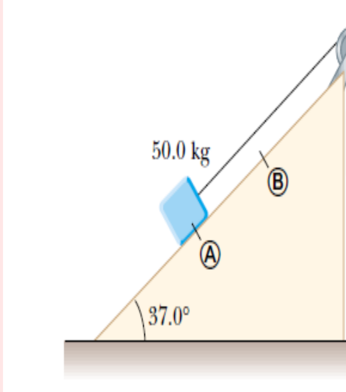


Solução:

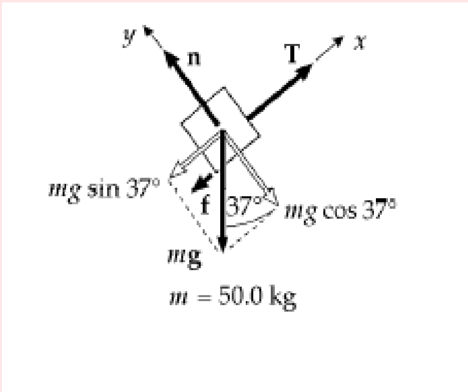
$$
\begin{aligned}
\Delta E_S = -f\Delta x \\
E_f - E_i = -f d_{BC} \\
\frac{1}{2}kx^2 - mgh = \mu mgd_{BC} \\
\mu = \frac{mgh - \frac{1}{2}kx^2}{mgd_{BC}} = 0,328
\end{aligned}
$$

Exemplo 14

Um bloco de 50,0 kg e um bloco de 100 kg são conectados por uma corda como na Figura ao lado. A polia não tem atrito e tem massa desprezível. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco de 50,0 kg e a inclinação é 0,250. Determine a mudança na energia cinética do bloco de 50,0 kg conforme ele se move de A para B a uma distância de 20,0 m.



Solução:



$$\begin{aligned} \sum F_y = N - mg\cos 37,0^o &= 0 \\ \rightarrow N = mg\cos 37,0^o &= 400\ N \\ f = \mu N = (0,250)(400\ N) &= 100\ N \\ -f\Delta x = \Delta E_S & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -f\Delta x &= \Delta E_S \\ (-100)(20,0) &= \Delta U_A + \Delta U_B + \Delta K_A + \Delta K_B \\ \Delta U_A = m_A g(h_f - h_i) = (50)(9.8)(20,0\,\text{sen}\,37,0^o) &= 5,9.10^3 \\ \Delta U_B = m_B g(h_f - h_i) = (100)(9.8)(20,0) &= -1,96.10^4 \\ \Delta K_A &= \frac{1}{2}m_A(v_f - v_i)^2 \\ \Delta K_B &= \frac{1}{2}m_B(v_f - v_i)^2 \\ \rightarrow \frac{m_B}{m_A}\Delta K_A &= 2\Delta K_A \\ \Delta K_A &= 3,92\ J. \end{aligned}$$

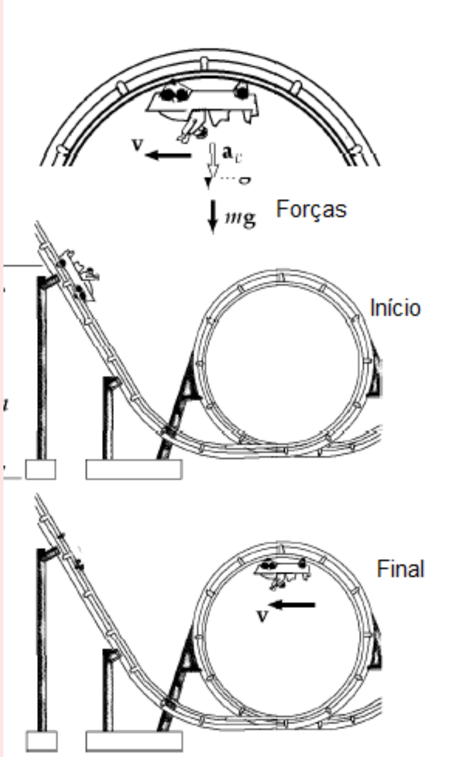
Exemplo 15

Um carro de montanha-russa é liberado do repouso no topo da primeira elevação e então se move livremente com atrito desprezível. A montanha-russa mostrada na Figura ao lado tem um loop circular de raio R em um plano vertical. (a) Suponha primeiro que o carro mal consegue dar a volta: no topo da volta, os passageiros estão de cabeça para baixo e sentem-se leves. Encontre a altura necessária do ponto de liberação acima da parte inferior do loop em termos de R. (b) Agora suponha que o ponto de liberação está na altura mínima exigida ou acima dela. Mostre que a força normal no carro na parte inferior do loop excede a força normal no topo do loop em seis vezes o peso do carro.

Solução:

a) No topo do loop o carro e os passageiros estão em queda-livre

$$\sum F_y = ma_y \rightarrow mg = \frac{mv^2}{R}$$
$$v = \sqrt{Rg}$$



A energia do sistema carro-passageiros-Terra é conservada entre a liberação do carro e o início do loop:

$$K_i + U_{g,i} = K_f + U_{g,f} \rightarrow 0 + mgh = \frac{1}{2}mv^2 + mg(2R)$$
$$gh = \frac{1}{2}gR + g(2R)$$
$$h = 2,5\ R$$

b) Deixe h agora representar a altura maior que $2,5\ R$, do ponto partida. No final do loop, temos

$$mgh = \frac{1}{2}mv_b^2 \rightarrow v_b^2 = 2gh$$
$$\sum F_y = ma_y :\rightarrow N_b - mg = \frac{mv_b^2}{R}$$
$$N_b = mg - \frac{m(2gh)}{R}$$

No topo do loop: $mgh = \frac{1}{2}mv_t^2 + mg(2R)$ e $v_t^2 = 2gh - 4gR$

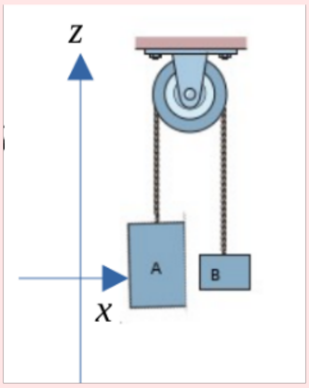
$$\sum F_y = ma_y :\rightarrow -N_t - mg = -\frac{mv_t^2}{R}$$
$$N_t = -mg + \frac{m}{R}(2gh - 4gR) \rightarrow N_t = \frac{m(2gh)}{R} - 5mg$$

Então, a força normal na parte inferior é maior:

$$Nb - N_t = mg + \frac{m(2gh)}{R} - \frac{m(2gh)}{R} + 5mg = 6mg$$

Exemplo 16

Usando conservação da energia mecânica, analise a máquina de Atwood para encontrar a velocidade e aceleração dos blocos depois que se moveram um distância z do repouso ($m_A > m_B$).



Solução:
Na questão menciona que os blocos se moveram de uma distância z do repouso. Logo as velocidades dos blocos é zero. O sistema de coordenadas foi colocado de forma que a posição inicial no eixo do z dos blocos sejam zero. Usando essas informações de na lei de conservação da energia mecânica temos:

$$E_{antes} = E_{depois}$$

$$0 = \frac{1}{2}m_A v_A^2 + m_A g(-z) + \frac{1}{2}m_B v_B^2 + m_B g(z)$$

Como os blocos estão ligados pela corda, a distância percorrida pelo A é igual a distância percorrida pelo bloco B, para o mesmo intervalo de tempo Δt. Logo, $\mid \vec{v_A} \mid = \mid \vec{v_B} \mid = v$, e assim temos:

$$v^2 = 2\left(\frac{m_A - m_B}{m_A + m_B}\right) gz \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{2\left(\frac{m_A - m_B}{m_A + m_B}\right) gz}$$

Vamos agora calcular a aceleração. Lembrando que estamos resolvendo pra um determinado instante de tempo. Mas o blocos continuam se movimentando. Logo, concluímos que $z = z(t)$, isto implica que $v = v(t)$. Usando a definição de aceleração temos que:

$$a_z = \frac{dv}{dt}\ .$$

Derivando a equação de v^2, resulta em:

$$2v\frac{dv}{dt} = 2\left(\frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} g\right)\frac{dz}{dt}$$

Usando a definição de aceleração e lembrando que $v = dz/dt$, vamos obter

$$a = \left(\frac{m_A - m_B}{m_A + m_B}\right) g\ .$$

Observamos, que por conservação da energia, obtemos diretamente, velocidade ou posição. Para calcularmos a aceleração, vamos ter que analisar quem varia no tempo para derivarmos e usarmos as definições das grandezas da cinemática. Veja que o resultado da aceleração, é igual ao obtido pela aplicação direta das leis de Newton no problema da máquina de Atwood.

1.10 Resumo

A **Energia Cinética** K associada ao movimento de uma partícula de massa m e velocidade escalar v, em que v é muito menor que a velocidade da luz, é dada por

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

O **Trabalho** W é a energia transferida para um objeto ou de um objeto por uma força que age sobre o objeto. Quando o objeto recebe energia, o trabalho é positivo; quando o objeto cede energia, o trabalho é negativo.

Trabalho Realizado por uma Força Constante. O trabalho realizado sobre uma partícula por uma força constante $\vec{F}$ durante um deslocamento $\vec{d}$ é dado por

$$W = Fd\cos\phi = \vec{F}\vec{d}$$

em que ϕ é o ângulo constante entre $\vec{F}$ e $\vec{d}$. Apenas a componente de $\vec{F}$ na direção do deslocamento realiza trabalho sobre o objeto. Quando duas ou mais forças agem sobre um objeto, o **trabalho total** é a soma dos trabalhos realizados pelas forças, que também é igual ao trabalho que seria realizado pela força resultante $\vec{F}_{res}$.

Trabalho Realizado pela Força Gravitacional O trabalho W_g realizado pela força gravitacional g sobre uma partícula (ou sobre um objeto que se comporta como uma partícula) de massa m durante um deslocamento é dado por

$$W_g = mgd\cos\phi$$

em que ϕ é o ângulo entre $\vec{F}_g$ e $\vec{d}$.

Trabalho e Energia Cinética No caso de uma partícula, uma variação ΔK da energia cinética é igual ao trabalho total W realizado sobre a partícula:

$$\Delta K = K_f - K_i = W \ (teorema\ do\ trabalho\ energia\ cintica)$$

em que K_i é a energia cinética inicial da partícula e K_f é a energia cinética da partícula após o trabalho ter sido realizado, temos:

$$K_f = K_i + W$$

Força Elástica A força $\vec{F_s}$ de uma mola é $\vec{F} = -k\vec{d}$.
em que $\vec{d}$ é o deslocamento da extremidade livre da mola em relação à posição que ocupa quando a mola está no estado relaxado (nem comprimida nem alongada) e k é a constante elástica (uma medida da rigidez da mola). Se um eixo x é traçado ao longo do comprimento da mola, com a origem na posição da extremidade livre da mola no estado relaxado, e pode ser escrita na forma $\vec{F} = -kx$ (Lei de Hooke). A força elástica é, portanto, uma força variável: ela varia com o deslocamento da extremidade livre da mola.

Energia Potencial Elástica (U_s) é a energia associada à ação da força elástica. Se um objeto está preso à extremidade livre de uma mola, o trabalho W_s realizado sobre o objeto pela força elástica quando o objeto é deslocado de uma posição inicial x_i para uma posição final x_f é dado por

$$W_s = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2 \Rightarrow \Delta U_s = -W_s.$$

Se $x_i = 0$ e $x_f = x$, então

$$W_s = -\frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow U(x) = \frac{1}{2}kx^2$$

Trabalho Realizado por uma Força Variável Quando a força aplicada a um objeto que se comporta como uma partícula depende da posição do objeto, o trabalho realizado por sobre o objeto enquanto este se move de uma posição inicial r_i de coordenadas (x_i, y_i, z_i) para uma posição final r_f de coordenadas (x_f, y_f, z_f) pode ser calculado integrando a força. Supondo que a componente F_x pode depender de x, mas não de y ou z, que a componente F_y pode depender de y, mas não de x ou z, e que a componente F_z pode depender de z mas não de x ou y, o trabalho é dado por

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx + \int_{y_i}^{y_f} F_y dy + \int_{z_i}^{z_f} F_z dz$$

Se possui apenas a componente x, W se reduz a

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$$

Uma **Força é Conservativa** se o trabalho que ela realiza sobre uma partícula se anula ao longo de um percurso fechado. Podemos dizer também que uma força é conservativa se o trabalho que ela realiza sobre uma partícula que se move entre dois pontos não depende da trajetória seguida pela partícula. A força gravitacional e a força elástica são forças conservativas; a força de atrito cinético é uma força dissipativa (não conservativa).

Energia Potencial é a energia associada à configuração de um sistema submetido à ação de uma força conservativa. Quando a força conservativa realiza um trabalho W sobre uma partícula do sistema, a variação ΔU da energia potencial do sistema é dada por $\Delta U = -W$ Se a partícula se desloca do ponto x_i para o ponto x_f , a variação da energia potencial do sistema é

$$\Delta U = -\int_{x_i}^{x_f} F_x dx$$

A **Energia Mecânica** E_{mec} de um sistema é a soma da energia cinética K com a energia potencial U do sistema:

$$E_{mec} = K + U$$

Sistema isolado é um sistema no qual nenhuma força externa produz variações de energia. Se apenas forças conservativas realizam trabalho em um sistema isolado, a energia mecânica E_{mec} do sistema não pode variar. Esse princípio de conservação da energia mecânica pode ser escrito na forma

$$K_2 + U_2 = K_1 + U_1$$

em que os índices se referem a diferentes instantes de um processo de transferência de energia. Esse princípio de conservação pode também ser escrito na forma

$$\Delta E_{mec} = \Delta K + \Delta U = 0$$

Conservação da Energia A energia total E de um sistema (a soma da energia mecânica e das energias internas, incluindo a energia térmica) só pode variar se certa quantidade de energia for transferida para o sistema, ou retirada do sistema. Esse fato experimental é conhecido como lei de conservação da energia. Se um trabalho W for realizado sobre o sistema,

$$W = \Delta E = \Delta E_{mec} + \Delta E_t + \Delta E_{int} = 0$$

A **Potência** desenvolvida por uma força é a taxa com a qual a força realiza trabalho sobre um objeto, com a qual essa força transfere energia. Se uma dada quantidade de energia ΔE é transferida por uma força em um intervalo de tempo Δt, a potência média desenvolvida pela força é dada por

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

A potência instantânea desenvolvida por uma força é dada por $\frac{dE}{dt}$.

Referências Bibliográficas

Bauer, W.; Westfall, G. D. e Dias, W. (2012) Física Para Universitários, Mecânica, Bookman, São Paulo.

Ling, S. J.; Sanny, J. e Moebs, W. (2018) University Physics Volume 1, openstax, Hosuton,Texas.

Nussenzveig, H. M. (2008) Curso de Física Básica 1, Mecânica, Editora Blucher, São Paulo.

Resnick, S.; Halliday, D. e Krane, K. (2003) Física 1, Editora LTC, São Paulo.

Serway, R. A. e Jewett, J. W. (2018) Física Para Cientistas E Engenheiros, Volume 1, Mecânica, Editora Cengage, São Paulo.