UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
INSTITUTO DE FÍSICA - DEPARTAMENTO DE FÍSICA GERAL
DISCIPLINA: **FISD 34 - FÍSICA GERAL TEÓRICA II** **www.fis.ufba.br**

LISTA DE EXERCÍCIOS: <u>OSCILAÇÕES</u>

<u>Oscilador harmônico simples</u>

01) Uma partícula executa um MHS com frequência de **0,25 Hz** em torno do ponto **x = 0**. Em **t=0**, ela tem um deslocamento de **x = 0,37 cm** e velocidade zero. Para o movimento, determine (a) o período, (b) a frequência angular, (c) a amplitude, (d) o deslocamento no tempo, (e) a velocidade no tempo, (f) a velocidade máxima, (g) a aceleração máxima, (h) o deslocamento em **t=3,0 s** e (i) a velocidade em **t = 3,0 s**.

Resp.: a) 4,0 s ; b) $\pi/2$ rad; c) 0,37 cm; d) (0,37 cm) cos [(π/2).t] ; e) (-0,58 cm/s) sen[(π/2).t] ; f) 0,58 cm/s ; g) 0,91 cm/s^2 ; h) zero ; i) 0,58 cm/s.

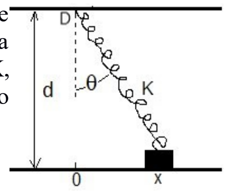
02) Considere que um pequeno corpo de massa **m** está suspenso do teto por uma mola de constante elástica **k** e comprimento relaxado **L_0**, cuja massa é desprezível. O corpo é solto em repouso, com a mola relaxada. Encontre a expressão para a posição **z** do corpo em função do tempo, tomando o eixo **OZ** orientado verticalmente para baixo, com origem no teto.

Resp.: $Z(t)=L_o+\frac{mg}{k}[1-\cos(\sqrt{km}\,t)]$

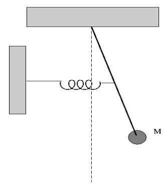
03) Seja um corpo de **0,4 kg** ligado a uma mola de constante de força de **12 N/m**, oscilando com a amplitude de **8 cm**. Calcule (a) a velocidade máxima do corpo, (b) os módulos da velocidade e da aceleração do corpo quando estiver na posição **x = 4 cm** em relação à posição de equilíbrio **x=0** e (c) o tempo que o corpo leva para ir de **x = 0** até **x = 4 cm**.

Resp.: a) 0,438 m/s; (b) 0,379 m/s e 1,2 m/s^2; (c) 0,0956 s.

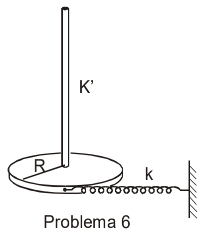
04) Num referencial cartesiano **Oxy**, uma partícula **m**, presa a uma mola, é móvel exclusivamente sobre o caminho **Ox** numa mesa, sem atrito (ver figura ao lado). Além da reação vincular, age sobre a partícula apenas a força da mola. Considere esta mola de massa desprezível, tamanho normal **L**, constante elástica **K**, estando sua outra extremidade fixa no eixo vertical, no ponto **D=(0,d)**. Admitindo que **x <<d**, mostre que o movimento da partícula (na direção **Ox**) corresponde a um MHS com a frequência dada por: $\omega=\sqrt{\frac{k(d-L)}{Md}}$



05) O pêndulo da figura ao lado é formado por uma barra, de tamanho **L** e massa desprezível, tal que uma de suas extremidades está articulada no teto e a outra suporta uma esfera de massa **M**. Exatamente no meio da barra conecta-se, horizontalmente, uma mola de constante **k** que está presa num suporte fixo. Assumindo-se que a mola está relaxada quando a barra está vertical, encontre a frequência angular para seu movimento descrito no plano vertical, no caso de pequenas oscilações. O momento de inércia da esfera (atada à barra) é **I = ML^2**. Despreze as reações vinculares do meio e da articulação. **Resp.:** $\omega_o=\sqrt{\frac{g}{L}+\frac{k}{4\mathrm{M}}}$



06) Uma chapa circular de raio **R** e momento de inércia **I** é suspensa por uma vara de torção cuja constante de torção é **k'**. (ver figura ao lado). Sua borda é ligada a um suporte fixo, por intermédio de uma mola ideal de constante **K**, como mostra a figura 3. Mostre que, quando a chapa sofre um deslocamento angular inicial e depois é solta, ela executará um MHS, cuja freqüência angular é de $\omega=\sqrt{\frac{k'+KR^2}{I}}$



Problema 6

07) Um pêndulo simples é constituído por um fio de comprimento **80 cm** e uma massa de **0,30 kg**. No instante inicial, o mesmo é deslocado **15°** de sua posição de equilíbrio e então liberado. Encontre (a) a frequência angular e o período; (b) a função do deslocamento angular; (c) o valor máximo da velocidade angular ; (d) o valor máximo da tensão no fio.

Resp.: (a) 3,501 /s, 1,795 s ; (b) (0,262) sen [3,501.t + π/2] ; (c) 0,917 /s ; (d) 3,14 N.

08) Tem-se uma barra de comprimento **L**, suspensa por uma de suas extremidades, de modo a oscilar livremente como um pêndulo composto. Encontre: (a) o período; (b) o comprimento do pêndulo simples equivalente; (c) o período de oscilação se a barra for suspensa por um eixo que está uma distância, de uma das extremidades, igual ao comprimento do pêndulo simples equivalente determinado previamente.

Resp.: a) $T=2\pi\sqrt{\frac{2\mathrm{L}}{3\mathrm{g}}}$ **; b)** $L_{eq}=\frac{2\mathrm{L}}{3}$ **; c)** $T=2\pi\sqrt{\frac{2\mathrm{L}}{3\mathrm{g}}}$.

09) Um pêndulo de torção consiste de um halteres suspenso em seu centro por um fio rígido que pode ser torcido. O halteres, de tamanho **L**, têm uma massa **M** em cada extremidade. Quando deslocado de sua posição de equilíbrio, **θ=0**, ele oscila na horizontal, devido a um torque, **$\tau = -\gamma.\theta$** , onde **γ** é a constante de torção. (a) Assumindo que a massa da parte mais estreita do halteres é desprezível, encontre, para o caso de pequenas oscilações, o período de oscilação [dados: **M= 80 g**; **L =30 cm** e **γ = 2.10^5 g.cm^2/s^2**]. (b) Se o sistema parte do repouso em **θ = 0,1 rad**, qual é a energia total do sistema? (c) Qual é a velocidade máxima de cada massa, dadas as condições iniciais de (b)? **Resp.: a) 2,7 s ; (b) 1,0 . 10^{-4} J; (c) 3,6 . 10^{-2} m/s.**

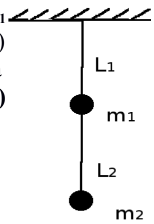
10) Duas partículas de massas **m_1** e **m_2** , ligadas por uma mola de constante elástica **K** e tamanho **L**, estão em repouso sobre uma superfície horizontal lisa. Fazendo-se esse sistema massa+mola executar um **MHS**, qual seria a sua frequência?

Resp.: $f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{\mu}}$ **, onde** $\mu=\frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}$.

11) Um sistema massa-mola horizontal é formado por um corpo de massa **M** e uma mola de constante **K**, e descreve um **MHS** com amplitude **A**. No instante em que o bloco passa pela posição de equilíbrio, um pedaço de massa de vidraceiro de massa **m** cai verticalmente sobre o bloco de uma pequena altura e gruda no bloco. (a) Calcule a nova amplitude e o novo período. (b) Repita a parte (a) supondo que a massa caia sobre o bloco no momento em que ele está na extremidade de sua trajetória.

Resp.: a) $A_2 = A_1[M/(M+m)]^{1/2}$ **e** $T_2 = 2\pi[(M+m)/K]^{1/2}$ **b)** $A_2 = A_1$ **e** $T_2 = 2\pi[(M+m)/K]^{1/2}$.

12) Um pêndulo é formado por duas massas, m_1 e m_2, e um arame rígido de massa desprezível. A massa m_1 esta a uma distância L_1 do eixo de oscilação e a massa m_2 esta a uma distância L_2 da massa m_1. Ver figura ao lado. a) Calcule o momento de inércia do pêndulo. b) Calcule o torque restaurador sobre o pêndulo. c) Calcule a frequência angular para pequenas oscilações do pêndulo. **Resp.: a)** $I=m_1 L_1^2+m_2(L_1+L_2)^2$; **b)** $\Gamma=[((m_1+m_2)L_1+m_2 L_2)]g\,sen(\theta)$ **c)** $\omega=\sqrt{\frac{[(m_1+m_2)L_1+m_2 L_2]g}{m_1 L_1^2+m_2(L_1+L_2)^2}}$



<u>Oscilador amortecido</u>

13) A frequência angular natural de um oscilador amortecido tem valor de **1 rad/s**. No instante inicial $t = 0$ o oscilador é posto em movimento com velocidade $v_0 = 5$ **cm/s**, estando na posição $x_0 = 0$. Encontre **x(t)** e esboce um gráfico em cada um dos seguintes casos: (a) $\gamma = 0\ s^{-1}$; (b) $\gamma = 0,1s^{-1}$; (c) $\gamma = 1s^{-1}$; (d) $\gamma = 2,0s^{-1}$; (e) $\gamma = 3,0s^{-1}$

Resp.: a) $x(t)=0,05\ sen(t)$, OHS ; **b)** $x(t)=0,05\ e^{-0.05t}\ sen(t)$, fraco ; **c)** $x(t) = 0,06\ e^{-0.5t}\ sen(0,87.t)$, subcrítico; **d)** $x(t)=0,05\ t\ e^{-t}$, crítico; **e)** $x(t) = 0,022\ e^{-1,5t}\ (e^{+1,12t} - e^{-1,12t})$, supercrítico.

14) Considere um dispositivo formado por um bloco de massa **M** atado a uma mola cuja constante vale **20 N/m** e a massa é desprezível, em repouso sobre uma mesa horizontal na posição de equilíbrio. Este sistema é atingido por uma pequena bola de **40 g** de argila, que se movimenta a **60 m/s**, resultando em um movimento descrito por $-dx/dt - 20\ x = 2\ d^2x/dt^2$. Se a bola fica grudada no bloco, encontre a expressão para o deslocamento do sistema oscilatório.

Resp.: $x(t) = 0,38\ exp(-0,25.t)\ sen\ (3,15.t)$

15) Um oscilador fracamente amortecido perde **1/20** de sua energia inicial durante o primeiro "ciclo". (a) Quantos ciclos são necessários para dissipar a metade da energia inicial? (b) Durante este intervalo de tempo, de quanto se reduz a amplitude?

Resp.: a) 13,86 ciclos; b) a amplitude se reduz de 29%.

16) Um sistema massa-mola, com amortecimento fraco, é formado por uma mola de constante elástica igual a ***200 N/m*** e um corpo de massa igual a ***2,0 kg***. A constante de atrito é igual ***0,2 kg/s***. No tempo inicial o corpo está passando pela origem com velocidade de ***2,0 m/s***. a) Calcule a energia perdida no primeiro ciclo. b) Em quantos ciclos o pêndulo perde ***3,0 J*** de sua energia inicial? c) Em quantos ciclos a amplitude fica igual à metade da inicial?

Resp.: a) 0,236 J; b) 20,5 ciclos; c) 35,3 ciclos.

17) Um sistema corpo+mola, fracamente amortecido, oscila a **200 Hz**. A constante de tempo do sistema $\tau(=m/b)$ é de **2,0 s**. No instante $t = 0$, a amplitude de oscilação é de **6,0 cm** e a energia do sistema oscilante é de **60 J**. (a) Que amplitude tem as oscilações nos instantes **t = 2,0 s** e **t = 4,0 s**? (b) Que energia é dissipada no primeiro e no segundo intervalo de **2,0 s**?

Resp.: a) 3,64 cm e 2,21 cm. (b) 37,9 J e 14 J.

18) Uma esfera de **3,0 kg**, caindo de grande altura na atmosfera, tem a velocidade terminal de **25 m/s**. (Admita que a força de arraste seja da forma **–b.v**). Agora imagine que a mesma esfera seja pendurada numa certa mola com a constante de força **k = 400 N/m** e que oscile com a amplitude inicial de **20 cm**. (a) Qual a constante de tempo τ **(=m/b)**, (b) Em que instante a amplitude será de **10 cm**? (c) Que energia terá sido dissipada até a amplitude chegar a **10 cm**?

Resp.: a) 2,55 s ; (b) 3,54 s ; (c) 6 J.

19) Um corpo de ***2,00 kg***, preso a certa mola com constante de força ***k = 400 N/m***, constitui um oscilador fracamente amortecido com amplitude inicial de ***3,00 cm***. Calcular (a) o período e (b) a energia total inicial. (c) Se a energia diminui de ***10,0 %*** por "período", calcular a constante de atrito ***b*** e o fator de qualidade ***Q***. **Res.: a) 0,444 s; b) 0,180 J; c) 0,237 rad/s e 59,6**

<u>Oscilador forçado amortecido</u>

20) Um corpo de ***2,0 kg*** oscila, preso a certa mola de constante de força ***k = 400 N/m***. A constante de atrito tem valor ***b = 2,0 kg/s***. O sistema é excitado por uma força senoidal cujo valor máximo é de ***10 N*** e frequência angular $\omega = 10$ ***rad/s***. (a) Qual a amplitude da oscilação? (b) Se a frequência de excitação variar, em que frequência ocorrerá a ressonância? (c) Qual a amplitude das oscilações na ressonância? (d) Qual a largura $\Delta\omega$ da curva de ressonância? e) Calcule o fator de qualidade. [Considerar sistema fracamente amortecido] **Resp.: a) 0,05 m; b) 14,14 rad/s; c) 0,35 m; d) 1,0 rad/s; e) 14,14**

21) Um sistema massa-mola forçado com amortecimento fraco, é formado por uma mola de constante elástica igua a **900 N/m** e um corpo de massa igual a **4,0 kg**. A constante de atrito do oscilador é igual a **2,0 kg/s**. A amplitude do oscilador na ressonância é igual **0,22 m**. a) Calcule o valor máximo F_0 da força externa aplicada nesse oscilado. b) Encontre a amplitude para baixas frequências e o fator de qualidade. **Resp.: a)** $F_0 = 6,6$ **N; b) Q = 30**;

22) Um oscilador forçado, com amortecimento, tem frequência angular natural de ***25 rad/s***, fator de amortecimento de ***5,0 rad/s***, a massa do corpo que oscila é igual a ***0,20 kg*** e a força externa que atua no oscilador tem módulo igual a **20** ***N***.

a) Qual a amplitude do movimento oscilatório no regime estacionário, quando a frequência externa for ω_e **= 23 rad/s**?
b) Qual a amplitude do movimento na ressonância e para baixas frequências?
c) Qual é o fator de qualidade na ressonância para este oscilador?
d) Trace um gráfico (em escala) da curva de ressonância para este sistema. Indique a amplitude máxima, a amplitude de baixas frequências, a meia altura e a meia largura da curva.

Resp.: a) 0,66 m; b) 0,80 m e 0,16 m; c) 5

23) Um corpo de **1,5 kg,** oscilando preso a uma mola de constante **600 N/m,** perde **30 %** de sua energia a cada "ciclo" quando em ressonância. O sistema oscilante está excitado por uma força senoidal de valor máximo **5,0 N**. Determine: (a) o fator **Q** do sistema na ressonância; (b) a frequência ω na ressonância; (c) a largura do pico de ressonância quando varia a frequência de excitação; (d) a amplitude de oscilação na ressonância e (e) a amplitude se a frequência excitadora for **19 Hz**.

Resp.: a) 21,00; b) 20,00 rad/s; c) 0,95 /s; d) 17,5 cm; e) 7,7 cm.

<u>Questões complementares de OHS:</u>

24) Um bloco de **0,10 kg** oscila para frente e para trás, ao longo de uma linha reta, numa superfície horizontal sem atrito. Seu deslocamento a partir da origem é dado por $x(t)=0{,}1\cos(10t)\,m$. (a) Qual a frequência da oscilação? (b) Qual a velocidade máxima alcançada pelo bloco? Em que valor de **x** isto acontece? (c) Qual a aceleração máxima do bloco? Em que valor de **x** isto ocorre? (d) Qual é a força restauradora aplicada no bloco?

Resp.: a) f = 1,6 Hz; b) $|v_{max}|$ = 1,0 m/s, em x = 0; c) $|a_{max}|$ = 10 m/s^2, em |x| = 10 cm ; d) F(x) = -10x N/m.

25) Um oscilador harmônico simples consiste em um bloco com massa **2,0 kg** ligado a uma mola de constante elástica **100 N/m**. Quando **t = 1,0 s**, a posição e a velocidade do bloco são **x = 0,129 m** e **v = 3,415 m/s**. (a) Qual a amplitude das oscilações? Quais eram (b) a posição e (c) a velocidade do bloco em **t = 0 s**?

Resp.: a) A = 0,50 m; b) x(0) = -0,251 m; c) v(0) = 3,06 m/s.

26) A posição de uma partícula é dada por ***x(t)=(7cm)cos(6π.t)***, com ***t*** em segundos. Qual é (a) a frequência; (b) o período e (c) a amplitude do movimento da partícula? (d) Qual o primeiro instante, depois de ***t = 0***, em que a partícula está na posição de equilíbrio? Em que sentido a partícula se desloca neste instante? (e) Qual a velocidade máxima da partícula? (f) Qual a sua aceleração máxima? **Resp.: a) f = 3,0 Hz; b) T = 0,33 s; c) 7,0 cm; d) t = T/4, para esquerda; e) v_m = 0,42π cm/s; f) a_m = 252π cm/s^2**

27) O período do movimento de uma partícula oscilante é de ***8,0 s***. No instante ***t = 0*** a partícula está em repouso em ***x = A= 10 cm***. (a) Fazer o gráfico de ***x*** em função do tempo ***t***. (b) Achar a distância coberta no primeiro, no segundo, no terceiro e no quarto segundo depois de ***t = 0***. **Resp.: b) Δx_1 = 2,93 cm; Δx_2 = 10 cm; Δx_3 = 17,07 cm; Δx_4 = 20 cm**

28) Um corpo de ***1,2 kg*** está pendurado em certa mola vertical cuja constante de força é de ***300 N/m*** e oscila com velocidade máxima de ***30 cm/s***. (a) Qual o deslocamento máximo do corpo? Quando o corpo estiver no ponto de deslocamento máximo para baixo, calcular (b) a energia total do sistema, (c) a energia potencial gravitacional e (d) a energia potencial da mola. (Seja U=0 na posição de equilíbrio do corpo pendurado na mola.) **Resp.: a) A = 1,90 cm; b) E_T = -0,169 J; c) E_g = -0,223 J; d) E_{el} = 0,0541 J**

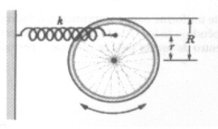
29) Quando o deslocamento no MHS é metade da amplitude **A**, que fração da energia total é (a) cinética e (b) potencial? (c) Com qual deslocamento, em termos da amplitude, a energia do sistema é metade cinética e metade potencial? **Resp.: a) $E_c = E_T/4$; b) $E_P = 3E_T/4$; c) x = A/√2**

30) Um pêndulo é formado prendendo-se uma barra longa e fina de comprimento ***L*** e massa ***m*** em um dado ponto, que esta a uma distância ***d*** acima do seu centro. (a) Ache o período deste pêndulo em temos de ***d***, ***L*** e ***g***, para pequenas oscilações. (b) Trace um diagrama do período em função de ***d***. (c) Qual o ***d*** correspondente ao período mínimo? **Resp.: a)** $T=2\pi\sqrt{\frac{L^2}{12gd}+\frac{d}{g}}$ **; c) d = L/√12**

31) Um disco delgado, de ***m*** e raio de ***R***, está suspenso por um eixo horizontal, perpendicular ao seu plano, e que passa por um ponto da periferia. O disco é ligeiramente deslocado da posição de equilíbrio e solto para oscilar sob a ação do próprio peso. Calcular o período do movimento harmônico simples que se instala. **Resp.:** $T=2\pi\sqrt{\frac{3R}{2g}}$

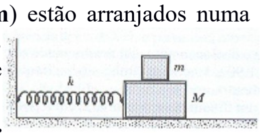
32) Um disco circular uniforme de raio ***R*** está suspenso, como um pêndulo físico, de um ponto em sua borda. (a) Qual o seu período de oscilação? (b) A que distância radial ***r < R*** há um ponto de suspensão que origina o mesmo período? **Resp.: a)** $T=2\pi\sqrt{\frac{3R}{2g}}$ **; b) r = R/2**

33) Uma roda gira livremente em torno de seu eixo fixo. Uma mola está ligada a um de seus raios, a uma distância **r** do eixo, como vemos na figura ao lado. (a) Considerando que a roda é um aro de massa **m** e raio **R**, obtenha a frequência angular de pequenas oscilações deste sistema em termos de **m**, **R**, **r** e da constante da mola **k**. Como mudaria o resultado se (b) **r = R** e (c) **r = 0**?



Resp.: a) $\omega=\frac{r}{R}\sqrt{\frac{k}{m}}$ **; b)** $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$ **; c)** $\omega=0$ **.**

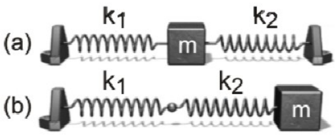
34) Dois blocos (**m = 1,22 kg** e **M = 18,73 kg**) e uma determinada mola (**k = 344 N/m**) estão arranjados numa superfície horizontal, sem atrito, como mostra a figura ao lado. O coeficiente de atrito estático entre os blocos é de **0,42**. Determine a amplitude máxima possível do movimento harmônico simples para que não haja deslizamento entre os blocos.



Resp.: x= 0,12 m.

35) Durante a decolagem de um jato, imagine que você mantenha suspenso um pequeno pêndulo simples e observe que, com o pêndulo em repouso em relação ao interior do jato (a massa do pêndulo é de ***40 g***), o fio (comprimento de ***70 cm***) faz um ângulo de ***22º*** com a vertical. Calcular o período ***T*** das pequenas oscilações deste pêndulo.

36) Mostrar que nas duas montagens esquematizadas nas *Figs. a e b*, o corpo tem frequência $\omega=\sqrt{\frac{Keq}{m}}$, onde (a) $\mathbf{K_{eq} = K_1 + K_2}$ e (b) $\mathbf{K_{eq} = 1/K_1 + 1/K_2}$. (Sugestão: Determinar a força resultante sobre o corpo para pequeno deslocamento ***x*** e escrever $\boldsymbol{F = -k_{eq}\, x}$. Observar que em (b) as molas se distendem de modo diferente e que a soma das elongações é ***x***).



37) Uma haste rígida de tamnho $\mathbf{L_1 + L_2}$ possui uma massa $\mathbf{M_1}$ presa a uma extremidade e outra massa $\mathbf{M_2}$ presa na outra extremidade. Considere que $\mathbf{M_1 < M_2}$. A haste possui um eixo giratório a $\mathbf{L_1}$ de **M1** e pode mover-se em um plano, veja a figura ao lado. Quando o sistema é levemente afastado da posição de equilíbrio e solto, ele oscila. Despreze a massa da barra. a) Calcule o momento de inércia do pêndulo. b) Calcule o torque restaurador sobre o pêndulo. c) Calcule a frequência angular para o MHS.

Resp. a) $I=M_1 L_1^2+M_2 L_2^2$ **;** $\Gamma=-(M_2 L_2-M_1 L_1)g\,sen(\theta)$ **c)** $\omega=\sqrt{\frac{(M_2 L_2-M_1 L_1)g}{M_1 L_1^2+M_2 L_2^2}}$

Fontes:
Halliday, Resnick e Walker. Fundamentos de Física, 4ª edição.
Resnick, Halliday, Krane. Física, 4ª edição.
Tipler, volume 01, 4ª edição.