EXPERIMENTO 6
PÊNDULOS

I - OBJETIVO

Estudar as propriedades de um pêndulo físico e calcular a aceleração g devida à gravidade.

II – PARTE TEÓRICA

Qualquer corpo rígido que é posto a oscilar em torno de um eixo horizontal e sob a ação de seu próprio peso é denominado pêndulo composto ou pêndulo físico.

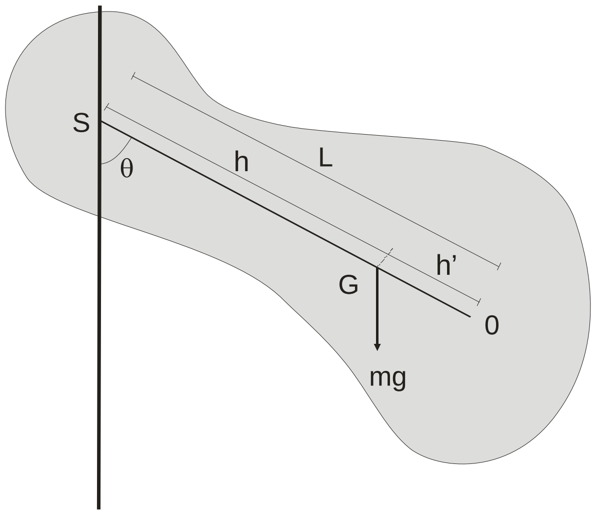

Fig. 6.1

A Fig. 6.1 representa um pêndulo físico de massa *m* que pode oscilar livremente em torno de um eixo fixo passando pelo ponto S e perpendicular ao plano da figura, o qual contêm o baricentro G. Na posição de equilíbrio o baricentro está verticalmente abaixo do eixo de suspensão. Quando o corpo é girado de um ângulo θ e solto, o peso do sistema, ***mg***, considerado estar concentrado no baricentro, exerce um torque restaurador N fora da posição de equilíbrio, o peso e a reação vincular formam um binário que tende a levar o sistema à posição de equilíbrio em torno de S dado
por $mgh\, sen\, \theta$, onde *h* é a distância do eixo de suspensão S ao baricentro G.

A aplicação da segunda lei de Newton ao movimento de um corpo rígido em torno de um eixo fixo permite escrever

$$I\ddot{\theta} = -\, m\, g\, h\, sen\, \theta \qquad (6.1)$$

onde *I* é o momento de inércia do corpo em relação ao eixo de suspensão e $\ddot{\theta}$ significa a derivada segunda de θ em relação ao tempo; o sinal negativo indica que o torque é restaurador, ou seja, ele atua sempre no sentido de anular o ângulo θ .

Para movimentos de pequenas amplitudes podemos fazer $sen\, \theta \approx \theta$ e a Eqs. (6.1) reduz-se, a

$$I\ddot{\theta} + m\, g\, h\, \theta = 0 \qquad (6.2)$$

que a equação de um movimento harmônico simples, cuja solução para o período de oscilação T é

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}} \qquad (6.3)$$

O pêndulo físico inclui o pêndulo simples como caso especial. No pêndulo simples uma esfera é suspensa por um fio cuja massa é desprezível quando comparada à massa *m* da esfera e cujo comprimento L é grande comparado ao diâmetro da esfera. Neste caso, h=L, $I = m\mathrm{L}^2$ e a Eq. (6.3) resulta em:

$$\mathrm{T} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

que é a conhecida lei do pêndulo simples.

DETERMINAÇÃO DO PERÍODO DO PÊNDULO

Um modo de determinar-se o período T de um pêndulo é medindo-se o tempo ***t*** de ***n*** oscilações e calculando-se T e seu desvio s_T usando as equações

$$\mathrm{T} = \frac{t}{n} \qquad (6.2) \quad \text{e} \quad s_T = \frac{s_t}{n}, \qquad (6.3)$$

onde s_t é o desvio avaliado para as medidas com o cronômetro. A vantagem desse processo é que, além de simples, ele dilui por um tempo maior do que o período os erros de percepção no disparo e parada do cronômetro e reduz o desvio de T, já que este decresce quando n cresce.

Da expressão de s_T pode-se concluir que o desvio relativo da medida de T é tanto menor quanto maior for ***n*** **.**Então, o número n deve ser escolhido em função da precisão que se deseje para a medida de T.

PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Inicialmente, defina o desvio avaliado s_t para as medidas com o cronômetro e anote-o.
2. Ponha o pêndulo para oscilar com pequena amplitude (não maior que 5°) e meça com o cronômetro pelo menos duas vezes o tempo t de n oscilações completas. Os valores medidos de ***t*** não devem diferir por mais que uma fração de segundos. Anote seus resultados.
3. Calcule $\bar{t}$,a média de t e, com as Eqs. (6.2) e (6.3), o período T e seu desvio s_T**.**

EXPERIMENTO 6.1 – PÊNDULO SIMPLES

O pêndulo simples é o exemplo mais conveniente de um sistema que executa m.h.s. Idealmente, o pêndulo simples é definido como uma partícula suspensa por um fio inextensível e sem peso. Na prática, ele consiste de uma esfera de massa m suspensa por um fio cuja massa é desprezível em relação à da esfera e cujo comprimento L é muito maior do que o raio da esfera.

A Fig. 6.1 mostra um pêndulo simples afastado de uma elongação θ da vertical (posição de equilíbrio). As forças que atuam sobre a esfera são seu peso $m\vec{g}$ e a tensão na corda $\vec{\mathrm{F}}$. Decompondo o peso ao longo do fio e da perpendicular a ele, vemos na Fig. 6.1 que o componente tangencial $\mathrm{mg\,sen}\,\theta$ é a força restauradora do movimento o oscilatório.

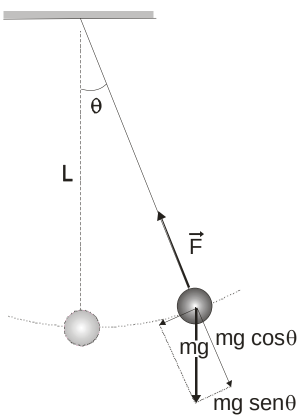

Fig. 6.1

Ela não é proporcional à elongação θ, m²g $\operatorname{sen}\theta$. Logo o movimento não é harmônico simples. Contudo, se o ângulo θ é pequeno o valor de $\operatorname{sen}\theta$ é aproximadamente igual a θ (em radiano). Nestas condições, demonstra-se que o período de oscilação do pêndulo simples é dado por,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\,, \tag{6.4}$$

onde T é o período de oscilação e L o comprimento do pêndulo.

Estritamente falando, a Eq.(6.4) é válida para um pêndulo que tem toda sua massa concentrada na extremidade de sua suspensão e que oscile com pequenas amplitudes. Na prática procura-se satisfazer essas condições usando-se uma esfera pesada (aço, chumbo), de pequeno raio, suspensa por um fio o mais leve possível e trabalhando com amplitudes não maiores que 5 °.

6.1.1 - PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Monte o pêndulo com um comprimento L não menor que 40 *cm*, medido **com precisão** do ponto de suspensão ao centro da esfera. Ponha o pêndulo para oscilar com pequena amplitude e determine o período de oscilação pelo método descrito no Experimento 6.1.
2. Repita este procedimento para, pelo menos, seis valores de L, com intervalos não menores que 15 *cm* e construa uma tabela com os pares de valores medidos (L ,T).
3. Com os pares de valores (L ,T) use o método da anamorfose (Seção 4.4.1) e, tomando para g o valor local, verifique a validade da Eq. (6.1). Dê sua conclusão sobre a validade da lei.
4. Compare o valor de *g* com o recomendado e discuta seu resultado.

Material por mesa:

- 1 pêndulo,
- 1 cronômetro,
- 1 paquímetro,
- 1 esquadro e
- 1 indicador de ângulo,
- 1 folha de papel milimetrado,

EXPERIMENTO 6.2 – PÊNDULO FÍSICO TIPO ANEL

Fig. 6.4

O pêndulo físico que iremos estudar é um anel homogêneo, portanto com o baricentro coincidindo com seu centro geométrico e delgado ou seja, sua espessura é muito pequena quando comparada com o diâmetro. O anel será posto a oscilar em torno de um cutelo que intercepta um dos pontos de seu arco (Fig. 6.4). O momento de inércia do anel em torno de tal eixo de suspensão é , de acordo com a Eq. (6.5)

$$I = \frac{mD^2}{4} + m(\frac{D}{2})^2 = \frac{1}{2}mD^2 \quad , \tag{6.14}$$

onde $I_o = m\,D^2/4$ é o momento de inércia de um anel delgado em relação a um eixo passando por seu baricentro. A substituição desta expressão de *I* na Eq. (6.3) resulta para o período

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{D}{g}}\,, \tag{6.15}$$

onde *D* é o diâmetro médio do anel.

6.2.1 - PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Nivele a placa contendo o cutelo de modo que ela fique perfeitamente na vertical. Ponha cada um dos anéis a oscilar em torno do cutelo com amplitude não maior que 5^o, atentando para que seu movimento seja paralelo à placa, faça duas medidas do tempo t de um mínimo de 20 oscilações completas, calcule o valor médio desses tempos e calcule T e seu desvio. Anote seus resultados.

2. Meça e anote o diâmetro médio D de cada anel. Com os pares de valores (D; T) obtidos, use o método gráfico da anamorfose (Capítulo II – Teoria de Erros) e calcule a aceleração *g* devida à gravidade. Compare o valor de *g* com o recomendado e discuta seu resultado.

Pese um dos anéis e calcule seu momento de inércia em relação ao ponto de suspensão através da Eq. (6.3) e compare seu valor com o obtido pela Eq. (6.14). Qual é o centro de oscilação e o comprimento do pêndulo simples equivalente para este anel?

Material por mesa:

- 5 anéis metálicos de diferentes diâmetros,
- 1 suporte com marcação de ângulo e haste para os anéis,
- 1 paquímetro,
- 1 régua milimetrada,
- 1 folha de papel milimetrado.

Questionário do Experimento 6

1- Descreva o processo de linearização do pelo método da anamorfose.

2- Se um cronometro tem um desvio avaliado de 0,2 segundos e o número de oscilações é 40, qual seria o desvio do período? Com quantas casas decimais deve ser escrito o período?