

# EXPERIÊNCIA 8

## LINHAS EQUIPOTENCIAIS POR UMA REDE DE RESISTORES

### I - OBJETIVO:

Fazer um mapeamento das linhas equipotenciais e das linhas de força do campo elétrico produzido por configuração de condutores previamente determinados.

### II - PARTE TEÓRICA:

#### INTRODUÇÃO:

Na parte Teórica da experiência "LINHAS EQUIPOTENCIAIS", foram introduzidos os conceitos de carga pontual, campo elétrico e potencial. O perfeito entendimento desses conceitos é necessário antes de continuar a estudar esta Introdução. Agora vamos tratar de um problema mais geral, que é a determinação do campo elétrico criado por um conjunto de condutores perfeitos, carregados, colocados num meio constituído de um ou vários **dielétricos**; vamos nos limitar ao caso de dois condutores, carregados com cargas iguais, de sinal oposto: uma tal estrutura é um **capacitor**, e os condutores são chamados **armaduras**.

No espaço - constituído por um ou vários dielétricos, como já foi dito - que separa as duas armaduras carregadas, vamos notar a presença de um campo elétrico, cuja intensidade e direção poderiam ser determinadas por uma carga elementar de prova; porém, este método é muito delicado, e não pode ser usado no caso de dielétricos sólidos.

Uma outra abordagem consiste em tentar traçar as superfícies equipotenciais, o que determina univocamente as linhas de força do campo e a sua intensidade. Portanto, devemos encontrar o valor  $V(x, y, z)$  do potencial em cada ponto  $(x, y, z)$  do espaço. A **função potencial**  $V(x, y, z)$  define um **campo escalar**, bem como a função  $\vec{E}(x, y, z)$ , que dá o campo elétrico em cada ponto  $(x, y, z)$ , define um **campo vetorial**.

Por argumentos de natureza física que podem ser vistos em estudos posteriores, devemos impor à função potencial que satisfaça à equação:

$$\frac{\nabla^2 V(x, y, z)}{\nabla x^2} + \frac{\nabla^2 V(x, y, z)}{\nabla y^2} + \frac{\nabla^2 V(x, y, z)}{\nabla z^2} = 0 \quad (1)$$

no espaço entre armaduras, portanto livre de cargas. Além disso, a função potencial  $V(x, y, z)$  deve ser tal que, para todo ponto  $(x, y, z)$  que pertence a uma armadura, o seu valor seja igual ao potencial da armadura (lembramos que um condutor ideal é equipotencial).

Essa é a chamada **EQUAÇÃO DE LAPLACE**. Nós a encontramos em muitos ramos da Física. Pode-se dizer que, do ponto de vista matemático, a maior parte da teoria clássica dos campos consiste no estudo das soluções dessa equação. A classe de funções que satisfaz a equação de Laplace são chamadas **Funções Harmônicas**.

Uma função harmônica goza de uma propriedade muito importante que neste trabalho devemos ter em mente:

**SE  $V(x, y, z)$  SATISFAZ A EQUAÇÃO DE LAPLACE, ENTÃO O VALOR MÉDIO DE  $V$ , SOBRE UMA SUPERFÍCIE ESFÉRICA QUALQUER (NÃO NECESSARIAMENTE PEQUENA), É IGUAL AO VALOR DE  $V$  NO CENTRO DA ESFERA.**

De modo a tornar mais clara ainda esta assertiva vamos nos restringir a analisar a propriedade enunciada em um plano. (Uma justificativa física para agir assim é supor que o sistema de condutores estudados possui uma configuração tal que o espaço tem nas suas propriedades elétricas uma simetria cilíndrica. O que vale dizer: ao longo do eixo  $z$ ,  $V$  é constante, e o plano  $(x, y)$  é o plano de seção reta).

$V$  é então função de duas coordenadas  $V(x, y)$ , o valor médio da função é tomado em um círculo. Esta função deve obedecer à equação de Laplace escrita para duas dimensões.

$$\frac{\int \int \nabla^2 V(x, y)}{\int \int x^2} + \frac{\int \int \nabla^2 V(x, y)}{\int \int y^2} = 0 \quad (2)$$

Tomemos um ponto  $P$  qualquer do plano, de coordenadas  $(x_0, y_0)$ , figura 1. Nesse ponto  $P$  o potencial tem o valor  $V_0$ . Em torno deste ponto traçamos um círculo de raio  $r$ . Na intercessão do círculo com os eixos coordenados tomamos os pontos 1, 2, 3, 4.

Do cálculo diferencial e integral já sabemos que:

Dada uma função  $y = f(x)$  definida numa vizinhança de um ponto  $x_0$ , podemos achar um polinômio  $p(x)$  tal que a diferença de  $f(x) - p(x)$  seja a menor possível nas vizinhanças de  $x_0$ , de modo que em cálculos possamos substituir  $f(x)$  pelo polinômio  $p(x)$ . Este procedimento é o que normalmente chamamos expandir em série de Taylor (VIDE ANEXO).

Com ajuda da figura 1, vamos fazer quatro expansões em série de Taylor. A primeira expansão, feita na direção  $(+x)$  permite calcular o potencial no ponto 1, a partir do potencial em  $P$ .

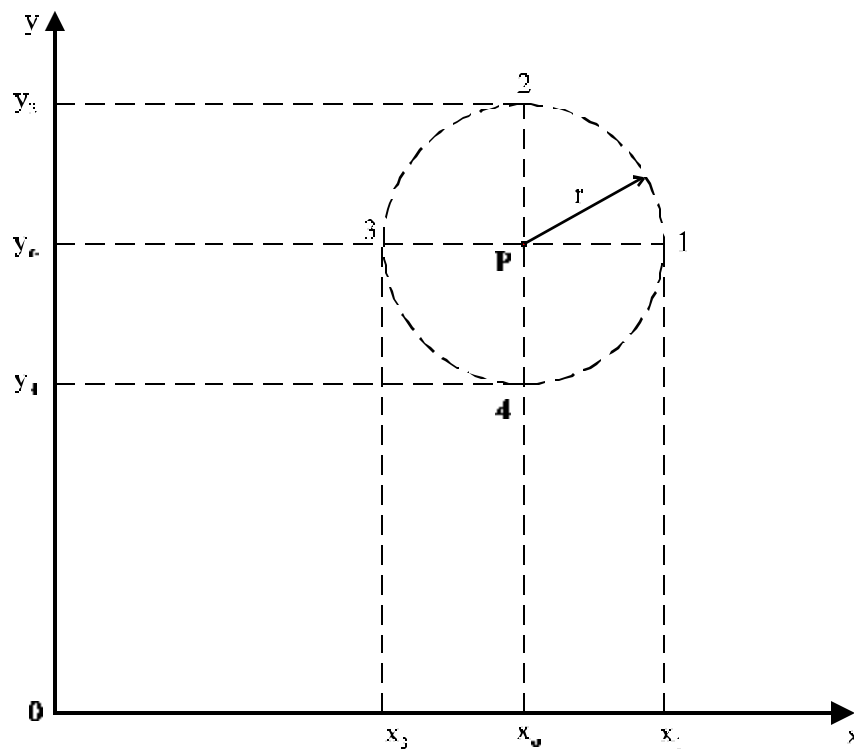


Fig. 1

$$V_1 = V(x_1, y_0) \quad (3)$$

com

$$r = x_1 - x_0 \quad (4)$$

$$V = V(x_0, y_0) + (x_1 - x_0) \left( \frac{\partial V}{\partial x} \right) \Big|_P + \frac{(x_1 - x_0)^2}{2!} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \right) \Big|_P + \frac{(x_1 - x_0)^3}{3!} \left( \frac{\partial^3 V}{\partial x^3} \right) \Big|_P + \dots \quad (5)$$

ou ainda;

$$V_1 = V_0 + r \cdot \left( \frac{\partial V}{\partial x} \right) \Big|_P + \frac{r^2}{2!} \cdot \left( \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \right) \Big|_P + \frac{r^3}{3!} \cdot \left( \frac{\partial^3 V}{\partial x^3} \right) \Big|_P + \dots \quad (6)$$

De maneira análoga, podemos escrever sucessivamente os potenciais em 3, 2 e 4, sempre em função de  $V_0$  e das derivadas parciais calculadas no ponto P.

$$V_3 = V_0 - r \cdot \left( \frac{\partial V}{\partial x} \right) \Big|_P + \frac{r^2}{2!} \cdot \left( \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \right) \Big|_P - \frac{r^3}{3!} \cdot \left( \frac{\partial^3 V}{\partial x^3} \right) \Big|_P + \dots \quad (7)$$

$$V_2 = V_0 + r \cdot \left( \frac{\partial V}{\partial y} \right) \Big|_P + \frac{r^2}{2!} \cdot \left( \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) \Big|_P + \frac{r^3}{3!} \cdot \left( \frac{\partial^3 V}{\partial y^3} \right) \Big|_P + \dots \quad (8)$$

$$V_4 = V_0 - r \cdot \left( \frac{\partial V}{\partial y} \right) \Big|_P + \frac{r^2}{2!} \cdot \left( \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) \Big|_P - \frac{r^3}{3!} \cdot \left( \frac{\partial^3 V}{\partial y^3} \right) \Big|_P + \dots \quad (9)$$

onde  $V_0 = V(x_0, y_0)$ ,  $V_3 = V(x_0 - r, y_0)$ , etc.

Portanto, adicionado as equações 6, 7, 8 e 9 temos:

$$V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = 4V_0 + r^2 \cdot \left( \left( \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \right) + \left( \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) \right) \Big|_P + r^4(\dots) + \text{etc.} \quad (10)$$

Uma vez que  $V$  verifica a equação de Laplace no ponto  $P$ , o termo de segunda ordem é nulo. Desprezando nesta vizinhança de  $P$  os termos de ordem superior a 2 no desenvolvimento da série nós obtemos a equação seguinte, que normalmente é chamada equação a diferenças finitas por aproximação de segunda ordem:

$$V_0 = \frac{V_1 + V_2 + V_3 + V_4}{4} \quad (11)$$

Fica assim evidenciada a propriedade que tínhamos enunciado. Entretanto não podemos pretender que a expressão acima represente uma prova daquela propriedade. Para usarmos de um maior rigor matemático, deveríamos ter feito a média, para um número muito maior de pontos e não somente quatro. Um outro aspecto que merece a nossa atenção é o fato de termos abandonado na expansão termos de quarta ordem e superiores. Ao fazermos isso, estamos afirmando que  $r^4 \ll r^2$ ; mas para que a desigualdade seja verdadeira  $r$  deve ser pequeno. Impusemos uma condição ao raio do círculo de modo a evidenciar a propriedade citada. Ela pode ser provada para qualquer valor de  $r$ ; você poderá fazê-lo logo que tiver maior conhecimento de cálculo integral.

Recapitulando, vemos que existe uma relação simples,

$$V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = 4V_0 \quad (11a)$$

ligando o valor do potencial  $V_0$  num ponto central ao potencial de quatro pontos vizinhos, próximos, eqüidistantes do ponto central. É essa propriedade do potencial que será usado neste experimento.

**NOTE BEM:**

Essa propriedade é geral e vale também para o espaço livre, ao redor de cargas puntiformes, mas neste caso é mais simples usar a expressão matemática exata de  $V$ , potencial coulombiano.

O potencial coulombiano (veja experiência "LINHAS EQUIPOTENCIAIS") é solução da equação de Laplace no caso de carga pontiforme.

Essa propriedade, baseada no valor médio dos pontos vizinhos, permite-nos calcular valores assumidos pela função potencial para pontos interiores a uma região limitada por valores de potenciais conhecidos e bem definidos, que representam as **condições de contorno** do problema. No problema da estrutura de capacitor que pretendemos estudar, e onde as armaduras I e II se encontram nos potenciais  $V_I$  e  $V_{II}$ , as condições de contorno se escrevem:

$$\begin{cases} V(x, y) = V_I & \text{para } (x, y) \in I \\ V(x, y) = V_{II} & \text{para } (x, y) \in II \end{cases}$$

Um método de cálculo, que usa a propriedade mostrada, foi desenvolvido por Gauss, e se chama **Método de Relaxação**. Hoje em dia, usam-se métodos computacionais para determinar as equipotenciais, uma vez imposta a configuração dos condutores e dielétricos, ou seja, as condições de contorno.

No experimento, utilizaremos um método de resolução analógico.

**III - TEORIA DA MEDIDA:****MÉTODOS ANALÓGICOS:**

Algumas vezes em Física, como em outra ciência exata qualquer, somos forçados a fazer simulações de determinados problemas de modo a estudá-los nos seus múltiplos aspectos. Assim, deve ser entendido o método analógico.

O cálculo analógico consiste em calcular uma grandeza física de natureza diferente daquela que originalmente deveria ser avaliada. Entretanto, essas grandezas devem satisfazer as relações equivalentes.

Procuremos então estabelecer uma analogia com o nosso problema eletrostático em que, dadas as condições de contorno que definem uma região, devemos encontrar os valores dos potenciais para pontos interiores a esta região.

Pode ser provado que se nós tivermos um problema de condução em um meio onde as correntes são estacionárias, ou seja: a densidade de cargas livre em cada ponto não varia com o tempo.

$$\frac{dj}{dt} = 0$$

Podemos tratá-lo do mesmo modo que um problema eletrostático.

São esses os princípios que nos permitem usar um procedimento analógico para a resolução da equação de Laplace baseada na rede de resistores.

A analogia que usaremos é **baseada na Lei de Ohm**.

Consideremos um circuito constituído por uma rede de resistores, ligada a uma bateria de fem  $U$ , como mostra a figura 2. Nesse circuito, cada resistor fica percorrido por uma corrente que deve obedecer à lei de Ohm.

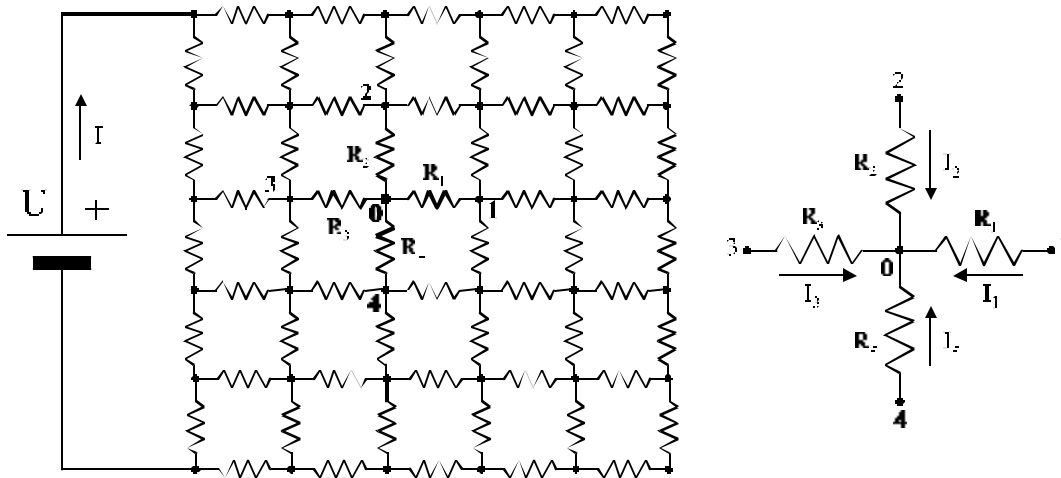


Fig. 2

Nessa rede assim ligada, figura 2, restringimos nossa atenção a um nó  $0$  arbitrário dessa rede, com as suas quatro resistências  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  e  $R_4$  vizinhas. Vamos chamar  $U_0$ ,  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$  e  $U_4$  os potenciais (elétricos agora) dos nós respectivos  $0$ ,  $1$ ,  $2$ ,  $3$ , e  $4$ , e  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  e  $I_4$  serão as correntes (orientadas arbitrariamente) que percorrem os resistores. Pela lei dos nós, ou primeira lei de Kirchhoff, temos figura 2 e pela lei de Ohm.

$$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 0 \quad (12)$$

$$I_1 = \frac{U_1 - U_0}{R_1}; \quad I_2 = \frac{U_2 - U_0}{R_2}; \quad I_3 = \frac{U_3 - U_0}{R_3}; \quad I_4 = \frac{U_4 - U_0}{R_4}$$

portanto, substituindo na equação 12 temos:

$$\frac{U_1 - U_0}{R_1} + \frac{U_2 - U_0}{R_2} + \frac{U_3 - U_0}{R_3} + \frac{U_4 - U_0}{R_4} = 0 \quad (13)$$

se

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$$

temos:

$$U_1 + U_2 + U_3 + U_4 = 4U_0 \quad (14)$$

**O POTENCIAL ELÉTRICO  $U$ , NA REDE, OBEDECE À MESMA EQUAÇÃO QUE O POTENCIAL ELETROSTÁTICO  $V$ .**

**NOTE BEM:**

Observe que o experimento "LINHAS EQUIPOTENCIAIS" apresenta também um método analógico, na resolução de um problema eletrostático.

**REDE DE RESISTORES - SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE LAPLACE:**

O estudo do comportamento de linhas equipotenciais em configurações periódicas pode ser feito a partir da analogia descrita anteriormente, ou seja, substituir os meios dielétricos por uma rede de resistores. Assim, se queremos estudar capacitores cuja seção reta apresenta configurações dos tipos representados nas figuras 3 e 4, o problema se resume a estudar somente a solução dentro do quadrado ABCD da figura 3, ou dentro do quadrado A' B' C' D' da figura 4, por razões de simetria.

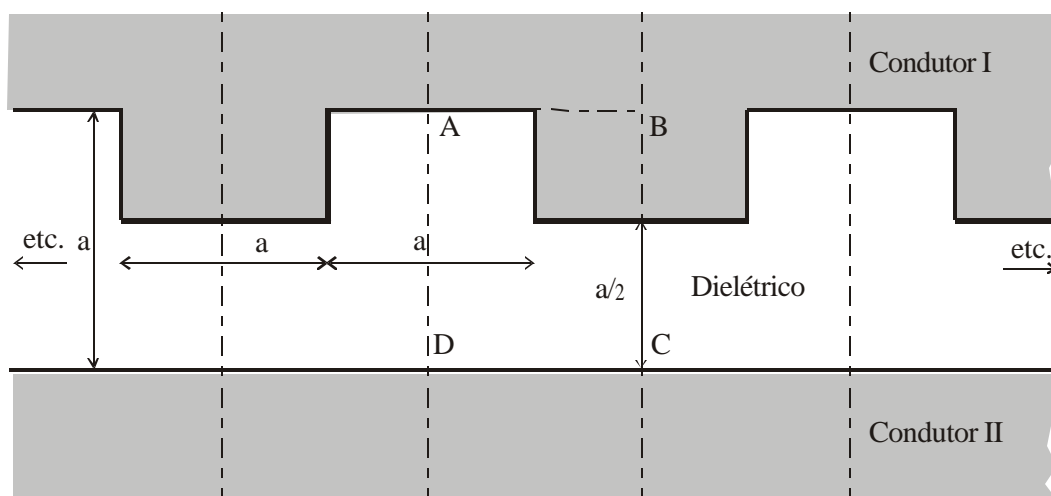


Fig. 3

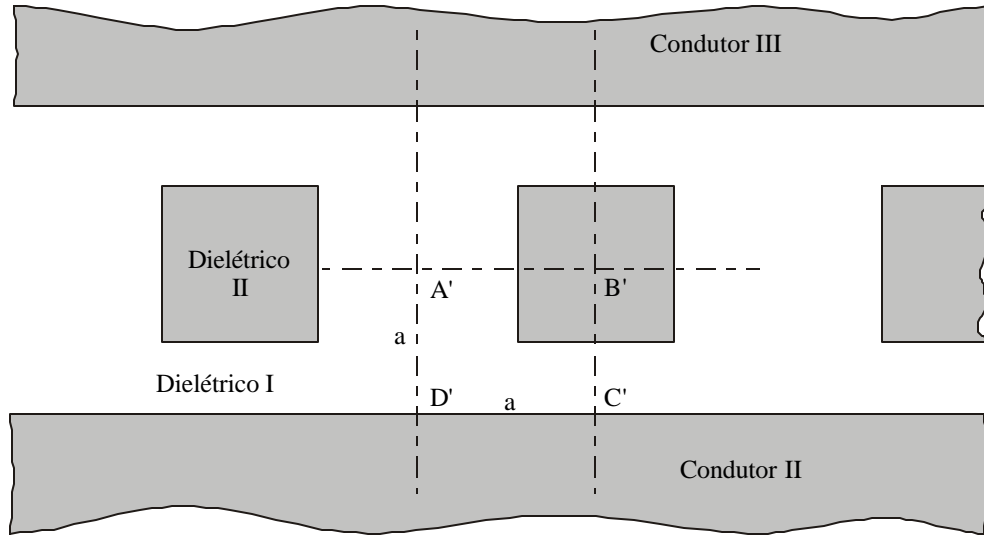


Fig. 4

Com uma rede de resistores, figura 5, vamos portanto simular primeiramente o quadrado ABCD, depois, o quadrado A' B' C' D' que aparecem como elementos básicos das nossas configurações (à maneira de um tijolo ser o elemento básico de uma parede).

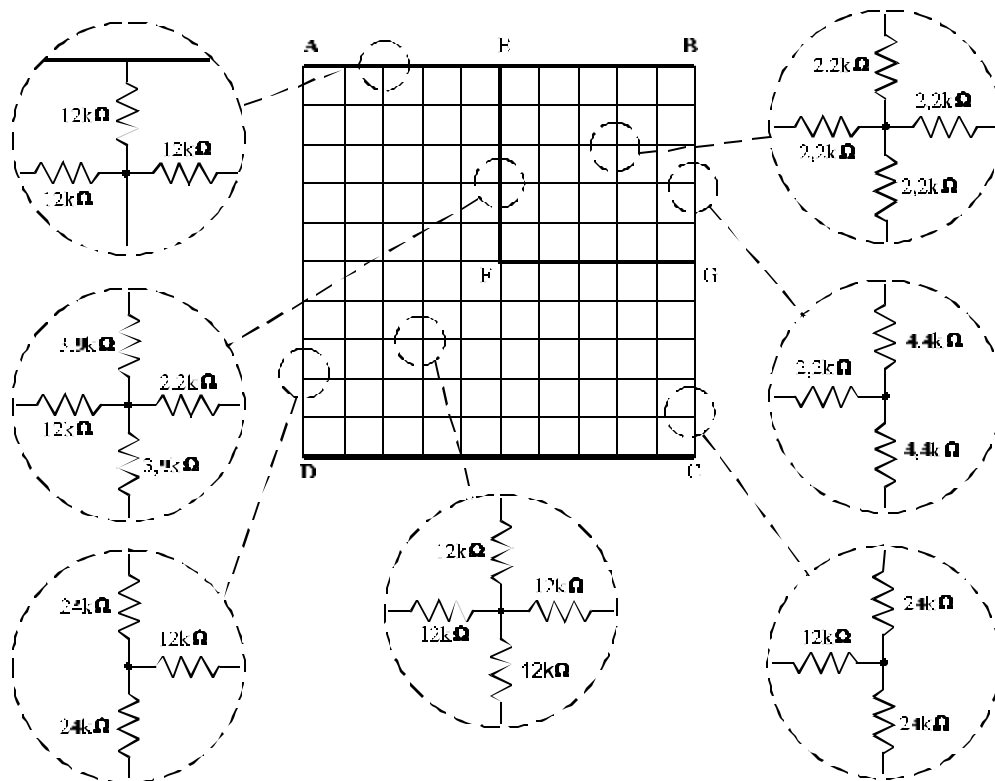


Fig. 5



Descrição da figura 5:

- ◆ rede dentro de AEFGCDA: resistores de 12 k $\Omega$ , simulando o meio dielétrico número 1 ( $\epsilon_1$ ) ( veja o item a seguir).
- ◆ rede dentro de EBGFE: resistores de 2,2 k $\Omega$ , simulando o meio dielétrico número 2 ( $\epsilon_2$ ) (veja o item a seguir).
- ◆ linha AEB: condutor número I
- ◆ linha DC: condutor número II
- ◆ linha EFG: resistores 3,9 k $\Omega$ , que podem ser curto-circuitados para tornar a linha AEFG um só condutor, que corresponde ao caso da figura 3.
- ◆ linha AD e linha GC: resistores de 24 k $\Omega$ , calculados para satisfazer a condição de simetria. São verdadeiras "linhas espelho".
- ◆ linha BG: resistores de 4,4 k $\Omega$ . Linha espelho também.

Examinemos que valores devem tomar os resistores para pontos da rede em situações específicas:

### ***Pontos Comuns***

Já vimos que para um ponto genérico num dielétrico figura 2, temos:

$$V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = 4V_0$$

e que a rede analógica correspondente é composta de quatro resistores iguais

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 \equiv R$$

o que impõe aos potenciais elétricos

$$U_1 + U_2 + U_3 + U_4 = 4U_0$$

Portanto, para pontos interiores comuns os valores dos resistores são iguais.

### ***Pontos Limites Entre Dois Dielétricos***

Sabemos, figura 6, que a função potencial  $V(x, y)$  não é descontínua entre os dois meios; desse modo, vale a expressão:

$$V_- = V_+ \quad (15)$$

onde:

$V_-$  é o potencial num dielétrico, na vizinhança do ponto limite e,  $V_+$  é o potencial no outros dielétrico, também na vizinhança.

O campo elétrico, pelo contrário, sofre uma descontinuidade dada por:

$$\mathbf{e}_- \cdot \left( \frac{dV}{dn} \right)_- = \mathbf{e}_+ \cdot \left( \frac{dV}{dn} \right)_+ \quad (16)$$

na direção  $\vec{n}$  normal à mudança de dielétricos.

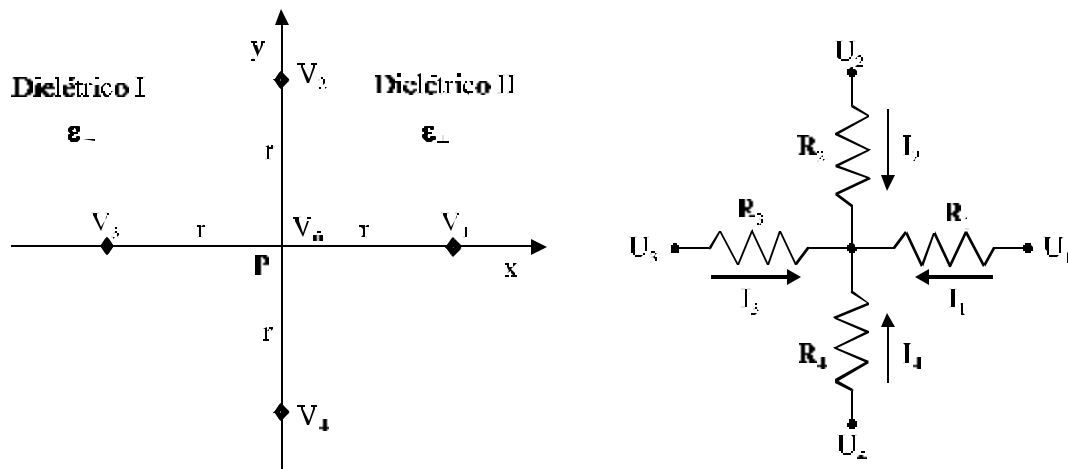


Fig. 6

Definindo:

$$\mathbf{e}_r = \frac{\mathbf{e}_-}{\mathbf{e}_+} \quad (17)$$

Podemos escrever,

$$\mathbf{e}_r \left( \frac{dV}{dn} \right)_- = \left( \frac{dV}{dn} \right)_+ \quad (18)$$

Vamos expandir mais uma vez os potenciais em série de Taylor, no dielétrico 2:

$$V_{1+} = V_{0+} + r \cdot \left( \frac{\partial V}{\partial x} \right)_+ + \frac{r^2}{2!} \cdot \left( \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \right)_+ + \dots \quad (19)$$

$$V_{2+} = V_{0+} + r \cdot \left( \frac{\partial V}{\partial y} \right) \Big|_+ + \frac{r^2}{2!} \cdot \left( \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) \Big|_+ + \dots \quad (20)$$

$$V_{4+} = V_{0+} - r \cdot \left( \frac{\partial V}{\partial y} \right) \Big|_+ + \frac{r^2}{2!} \cdot \left( \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) \Big|_+ + \dots \quad (21)$$

Multiplicando-se a expressão 19 por 2 e somando as outras duas e ainda levando-se em conta somente termos de segunda ordem ficamos:

$$2 V_{1+} + V_{2+} + V_{4+} = 4 V_{0+} + 2 r \cdot \left( \frac{\partial V}{\partial x} \right) \Big|_+ + r^2 \cdot \left( \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) \Big|_+ \quad (22)$$

De modo a satisfazer a equação de Laplace ficamos finalmente com:

$$2 V_{1+} + V_{2+} + V_{4+} = 4 V_{0+} + 2 r \cdot \left( \frac{\partial V}{\partial x} \right) \Big|_+ \quad (23)$$

Pelo mesmo processo, para pontos pertencentes ao dielétrico 1, chegamos à relação:

$$2 V_{3-} + V_{2-} + V_{4-} = 4 V_{0-} - 2 r \cdot \left( \frac{\partial V}{\partial x} \right) \Big|_- \quad (24)$$

Assim, estabelecemos as duas igualdades

$$\begin{cases} 2 r \cdot \left( \frac{\partial V}{\partial x} \right) \Big|_+ = 2 V_{1+} + V_{2+} + V_{4+} - 4 V_{0+} \\ 2 \mathbf{e}_r \cdot r \cdot \left( \frac{\partial V}{\partial x} \right) \Big|_- = \mathbf{e}_r \cdot (-V_{2-} - 2 V_{3-} - V_{4-} + 4 V_{0-}) \end{cases} \quad (25)$$

levando em conta as equações 15 e 18, chegamos finalmente a

$$2 V_1 + V_2 + V_4 - 4 V_0 = -\mathbf{e}_r V_2 - 2 \mathbf{e}_r V_3 - \mathbf{e}_r V_4 + 4 \mathbf{e}_r V_0 \quad (26)$$

ou seja

$$2 V_1 + (1 + \mathbf{e}_r) V_2 + 2 \mathbf{e}_r V_3 + (1 + \mathbf{e}_r) V_4 = 4 (1 + \mathbf{e}_r) V_0 \quad (27)$$

Voltemos agora à nossa analogia com a rede. Apliquemos a lei dos nós de Kirchhoff ao nó da rede mostrado na figura 6.a: Sabemos que:

$$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 0$$

Logo

$$\frac{U_1 - U_0}{R_1} + \frac{U_2 - U_0}{R_2} + \frac{U_3 - U_0}{R_3} + \frac{U_4 - U_0}{R_4} = 0 \quad (28)$$

Multiplicando a equação 28 por  $R_1$  temos:

$$(U_1 - U_0) + \frac{R_1}{R_2}(U_2 - U_0) + \frac{R_1}{R_3}(U_3 - U_0) + \frac{R_1}{R_4}(U_4 - U_0) = 0 \quad (29)$$

Definindo:

$$n_2 = \frac{R_1}{R_2}, \quad n_3 = \frac{R_1}{R_3}, \quad n_4 = \frac{R_1}{R_4} \quad (30)$$

$$2 U_1 + 2 n_2 U_2 + 2 n_3 U_3 + 2 n_4 U_4 = 2 (1 + n_2 + n_3 + n_4) U_0 \quad (31)$$

Comparando-se as equações 27 e 31, vemos que conseguiremos a analogia se:

$$2 n_2 = 2 n_4 = (1 + \mathbf{e}_r)$$

$$2 n_3 = 2 \mathbf{e}_r \quad (32)$$

$$2 (1 + n_2 + n_3 + n_4) = 4 (1 + \mathbf{e}_r)$$

e, finalmente:

$$R_2 = \frac{2}{1 + \mathbf{e}_r} \cdot R_1, \quad R_2 = R_4, \quad R_3 = \frac{1}{\mathbf{e}_r} \cdot R_1$$

### Pontos na Vizinhança de um Eixo de Simetria

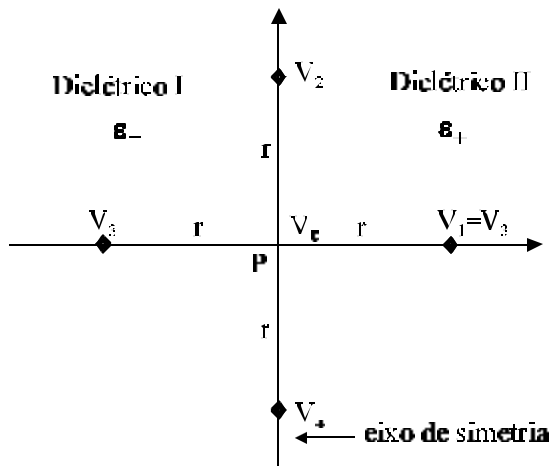


Fig. 7

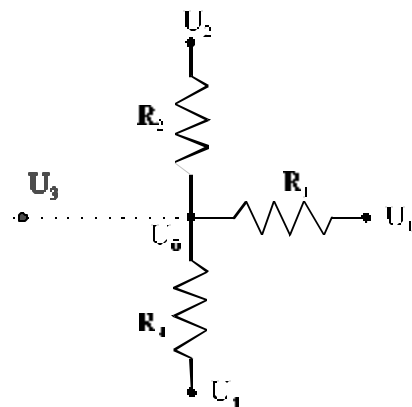


Fig. 7.a

Levando em conta figura 7 e 7a, a condição de simetria para o eixo y, que impõe

$$U_1 = U_3$$

encontramos as seguintes relações para os resistores:

$$R_2 = R_4 = 2 R_1$$

## IV - PARTE EXPERIMENTAL:

### LISTA DE MATERIAL:


- rede de resistores
- fonte de tensão
- multímetro eletrônico
- medidor multi-escalas usado como voltímetro
- fios


### VOLTÍMETRO ELETRÔNICO:

Voltímetro eletrônico é um instrumento de alta sensibilidade. Tem uma elevada resistência interna (superior a  $1M\Omega$ ). Isso garante que ele não interferirá nas medidas, onde as resistências envolvidas são da ordem de uma centena de Ohms, no máximo (Relembre que, quando você liga um voltímetro a um trecho de circuito, você está colocando a resistência interna do voltímetro em paralelo com a resistência do trecho, roubando uma parte da corrente). Veja EXPERIÊNCIA DE MEDIDA DE CORRENTE E DIFERENÇA DE POTENCIAL. Portanto, um voltímetro comum, cuja resistência interna se encontra na faixa de algumas centenas de Ohm, não convém para nossa medida. Em conclusão, podemos afirmar que no caso deste experimento, o voltímetro eletrônico é um instrumento que se comporta como um **voltímetro ideal**.

### MEDIDAS:

#### IV.1 – Medidas com Voltímetro Eletrônico

 Anote as resistências interna dos medidores para as escalas utilizada.

 Estabeleça uma diferença de potencial entre 6 e 12 V nos terminais A e D (referência) da rede de resistores. Meça a ddp entre o terminal D (referência) e cada um dos casos.

✍️ Forme uma tabela (matriz) de valores de potenciais para cada ponto (nó) em cada um dos seguintes casos.

**a) - Com um dielétrico**

Os resistores que separam os dois meios (linha EFG da figura 5), são curto-circuitados por meio de garras jacaré, a fim de conseguir a configuração análoga a figura 3.

**b) - Com dois dielétricos**

✋ Tirando as garras jacaré, a fim de obter a configuração que simula a da figura 4.

**IV.2 – Medidas com multímetro analógico**

✋ Mantendo a mesma configuração anterior (com dois dielétricos), ligue o voltímetro comum entre **D**, figura 5 e um nó arbitrário. Leia o valor de  $V$ . Ainda com este voltímetro ligado, conecte agora entre D e o mesmo nó o voltímetro eletrônico: leia  $V'$  no voltímetro comum,  $V_e$  no voltímetro eletrônico. Agora, desligue o voltímetro comum e leia  $V_e$ .

✋ Repita esse procedimento para o ponto A em vez de um nó arbitrário.

**V - RELATÓRIO:**

**Eis aqui alguns pontos que devem ser discutidos no seu relatório. Mais uma vez reafirmamos que esta lista não é limitativa.**

Trace, em papel milimetrado, os dois diagramas de linhas equipotenciais (use interpolação linear). Deduza os dois diagramas de linhas de campo elétrico.

- Interprete os resultados da leitura do voltímetro comum.

- Compare a tabela obtida experimentalmente com os dados obtidos pelo método de relaxação de Gauss (método computacional) - Opcional.

- Pontos vizinhos obedecem à equação de Laplace? Verifique para dois nós da rede.

Discuta ainda:

- Equipotenciais perto dos condutores.
- Inclinação das equipotenciais nos eixos de simetria.
- Linhas de campo elétrico perto dos condutores e nos eixos de simetria.
- Região de campo elétrico mais intenso.
- Erros e irregularidade das curvas traçadas.
- Efeito de ponta (direção e intensidade do campo elétrico).
- Campo elétrico e equipotenciais na região correspondente a AEFA, na rede.
- Focalização das equipotenciais num dielétrico.
- Focalização das linhas de campo elétrico no outro dielétrico.
- Relação entre intensidade do campo elétrico num meio e noutro meio. Compare com  $\epsilon_r$  teórico.
- Comparação, entre os caso **a** e caso **b**, do campo elétrico ao longo de GC.
- Estudo dos erros, tolerância dos resistores, como ela afetou os valores de  $\epsilon_r$  da rede, etc.

## VI - LEITURA RECOMENDÁVEL:

EISBERG, Robert M. Física Fundamentos e Aplicações, v.3, McGraw-Hill do Brasil, 1981. p. 102 – 118.

EDWARD, M Purcel. Curso de Física de Berkeley, Eletricidade e Magnetismo, v.2, Editôra Universidade de Brasília, Editôra Edgard Blucher Ltda, 1970. p. 382 - 387.

REITZ, R John. Foundations of Electromagnetic Theory, 4<sup>th</sup> ed, NY, Addison-Wesley Publishing Company, 1993. p. 77 - 96.

