EXPERIÊNCIA 7

CONSTANTE DE TEMPO EM CIRCUITOS RC

I - OBJETIVO:

Medida da constante de tempo em um circuito capacitivo.

Medida da resistência interna de um voltímetro e da capacitância de um circuito através da constante de tempo.

II - PARTE TEÓRICA:

CAPACITOR:

Um sistema formado por duas placas paralelas (armaduras) de área A, de material condutor, separadas por uma distancia d é um capacitor.

Quando ligamos suas armaduras a uma fonte de tensão, aparece em suas placas uma carga +Q e outra -Q.

Definimos a capacitância C de um capacitor como a relação entre a carga Q e a diferença de potencial V nos seus terminais.

$$C = \frac{Q}{V}$$

(1)

Se Q é dado em Coulomb, V em Volt, C é expresso em Farad, (F). Para a estrutura acima, a capacitância é calculada pela relação:

$$C = \mathbf{e}_0 \cdot \frac{A}{d} \qquad (2)$$

Sendo $\mathbf{e}_0$, uma característica do meio entre as armaduras, normalmente o vácuo.

Para melhorar as características do capacitor, colocamos entre suas armaduras um material dielétrico. Esse material aumenta a capacitância do capacitor.

Existem, comercialmente, a depender da utilização, capacitores dos mais diversos tipos e tamanhos. Podemos citar alguns, em função do material dielétrico.

Quanto ao tipo de dielétrico, eles podem ser polarizados (eletrolíticos, tântalo, etc.), ou não-polarizados (ar, óleo, poliester, mica, etc.).

CIRCUITO RC SÉRIE - CONSTANTE DE TEMPO CAPACITAVA:

Quando ligamos um circuito com apenas uma resistência R, a tensão se eleva instantaneamente ao seu valor máximo. Mas quando inserimos um capacitor neste circuito, a tensão no capacitor demora um certo tempo para assumir seu valor máximo V_o.

O circuito da figura 1 contém uma fonte de tensão V_o, um resistor R, e um capacitor C, em série.

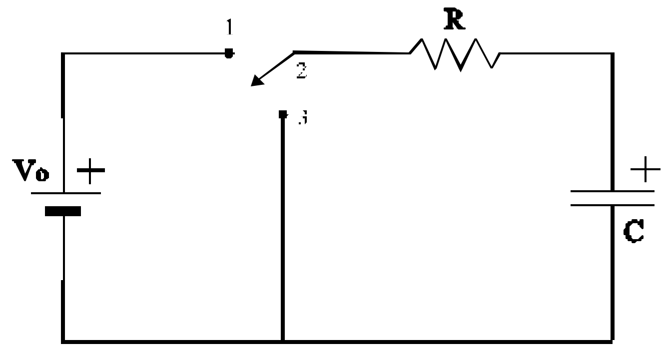

Fig. 1

Inicialmente, o capacitor está descarregando; ligamos o circuito no instante $t = 0$, chave na posição 1. Vamos ver agora que a carga Q do capacitor não se estabelece de maneira instantânea. Sabemos que:

$$I = \frac{dQ}{dt} \tag{3}$$

Pela lei de Ohm temos:

$$V_R = R \cdot I \tag{4}$$

CARGA DO CAPACITOR:

Aplicando a lei das malhas de Kirchhoff ao circuito da figura 1, (chave na posição 1), temos:

$$V_o = V_R + V_C \tag{5}$$

Das equações 1 e 4, podemos escrever:

$$V_o = R \cdot I + \frac{Q}{C} \tag{6}$$

Da equação 3, substituindo em 6 temos:

$$V_o = R \cdot \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} \tag{7}$$

A solução para esta equação diferencial é do tipo;

$$Q = C \cdot V_o (1 - e^{-\frac{t}{R \cdot C}}) = C \cdot V_o (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \tag{8}$$

Verifique a afirmação acima.

Quando t = RC temos:

$$Q = C \cdot V_o \left(1 - \frac{1}{e}\right) = 63\%\ C \cdot V_o = 63\%\ Q_o \tag{9}$$

onde Q_o é a carga máxima do capacitor.

A grandeza RC, que tem dimensão de tempo, é chamada de **constante de tempo capacitiva**. Ela representa o tempo necessário para que a carga ou a tensão atinja, no capacitor, um valor igual a 63% do seu valor máximo.

O comportamento da tensão V é obtido a partir do comportamento de Q, equação 1. Então:

$$V_C = \frac{Q}{C} = V_o (1 - e^{-\frac{t}{R \cdot C}}) \tag{10}$$

O que podemos observar é que**,** ao ligarmos um circuito RC, a tensão demora um tempo infinito para atingir ao seu valor máximo, figura 2.

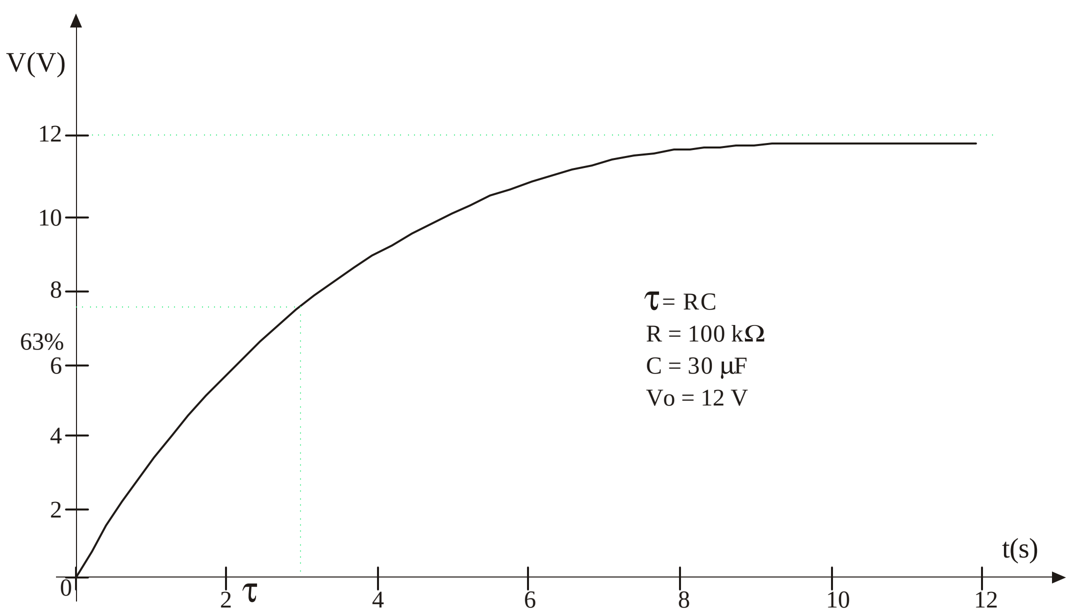

Fig. 2

DESCARGA DO CAPACITOR:

Suponha agora que, na figura 1, a chave tenha permanecido na posição 1 por um longo período de tempo, de modo que o capacitor esteja completamente carregado. Levando a chave para a posição 3 ele começa a ser descarregado pelo resistor R.

Aplicando novamente a equação das malhas de Kirchhoff para esse circuito, chave em 3, temos:

$$V_R + V_C = 0 \qquad (11)$$

De 1 e 4, temos:

$$R \cdot I + \frac{1}{C} \cdot Q = 0 \qquad (12)$$

ou ainda de 3 temos:

$$R \cdot \frac{dQ}{dt} + \frac{1}{C} \cdot Q = 0 \qquad (13)$$

rearrumando a equação, obtemos:

$$\frac{dQ}{Q} = -\frac{1}{R \cdot C} \cdot dt \qquad (14)$$

A solução dessa equação diferencial é do tipo:

$$Q = Q_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \qquad (15)$$

Verifique a afirmação acima.

Onde Q_0 é a carga inicial ou carga máxima no capacitor.

Derivando 15, com respeito a t temos a corrente I.

$$I = \frac{dQ}{dt} = -\frac{Q_0}{R \cdot C} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \qquad (16)$$

O sinal negativo na equação 16 define que a corrente é em sentido contrário ao que nos convencionamos inicialmente.

$$R \cdot I = -\frac{Q_0}{C} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \qquad (17)$$

Ou, finalmente, das equações 1, 4, 11 e 17 temos:

$$V_C = V_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = V_0 \cdot e^{-\frac{t}{t}} \qquad (18)$$

A equação 18 fornece o valor da tensão V da descarga do capacitor em função do tempo.

III - TEORIA DA MEDIDA:

Você irá fazer suas medidas, na parte referente à constante de tempo capacitiva, com um multímetro usado como voltímetro em tensão contínua. Este voltímetro não é **ideal**. A sua resistência R_V não é infinita apesar de grande. Vamos ver como ela pode interferir nas medidas. Simbolizaremos o voltímetro pelo circuito equivalente; mostrado na figura 3. Reveja este assunto na experiência de "MEDIDA DA CORRENTE E DIFERENÇA DE POTENCIAL".

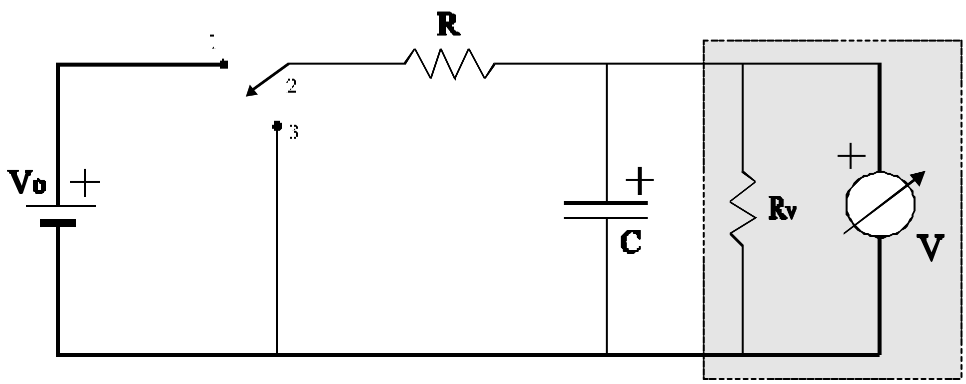

Fig. 3

O voltímetro está representado por um voltímetro ideal e uma resistência R_V em paralelo.

Com a chave na posição 1, figura 3, o capacitor se carrega; na posição 2, (chave aberta), ele se descarrega somente sobre a resistência R_V do voltímetro. Na posição 3 ele se descarrega sobre o resistor R conhecido e sobre a resistência do voltímetro R_V, associados em paralelo.

Para a descarga do capacitor, temos:

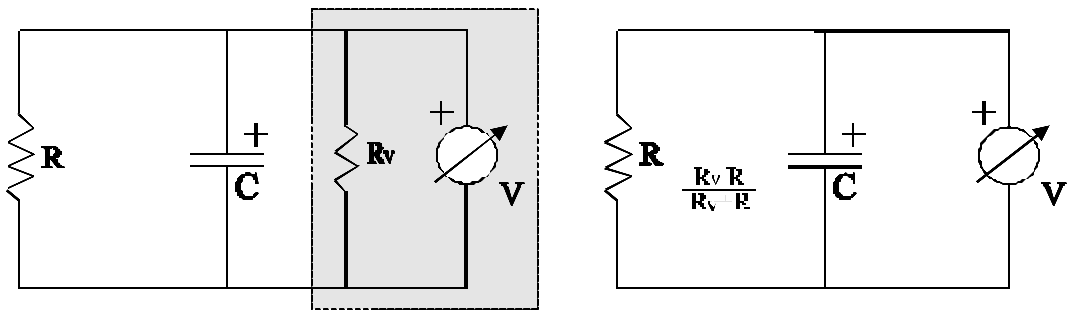

Fig. 4

A constante de tempo que obtemos é igual a:

$$t_3 = \frac{R \cdot R_V}{R + R_V} \cdot C = R_{Th} \cdot C \qquad (19)$$

Com a chave na posição 1, carga no capacitor, o circuito mostrado a esquerda é equivalente ao da direita, figura 5. Veja ANEXO.

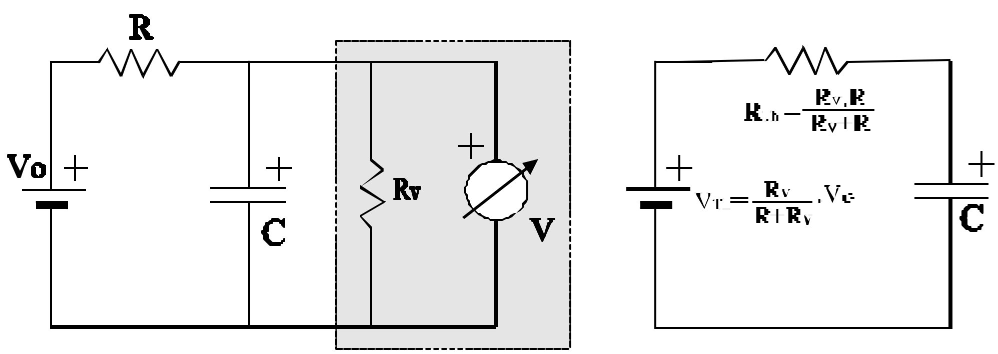

Fig. 5

Para esse circuito, temos a constante de tempo t_1 dado por:

$$t_1 = \frac{R \cdot R_V}{R + R_V} \cdot C = R_{Th} \cdot C \qquad (20)$$

Observe que a constante de tempo t_1 é igual a t_3.

Com a chave na posição 2 (chave aberta), o capacitor descarrega somente sobre R_V, resistência interna do voltímetro, e a constante de tempo é dada por:

$$t_2 = R_V \cdot C \qquad (21)$$

IV - PARTE EXPERIMENTAL:

LISTA DE MATERIAL:

- fonte de tensão
- voltímetro
- capacitor de valor desconhecido
- resistor de valor conhecido
- placa de ligação
- cronômetro
- chave liga - desliga de duas posições
- fios

CUIDADO COM OS EQUIPAMENTOS:

Nunca ultrapasse a tensão máxima indicada no corpo do capacitor, pois pode danificá-lo de maneira irreversível.

Mais uma vez lembramos que o multímetro é um instrumento de grande sensibilidade. Logo, todo cuidado é pouco durante o seu manuseio. Certifique-se de que a seleção da escala esteja correta, isto é: medida de tensão contínua.

MEDIDAS:

IV.1 - Medidas da Constante de Tempo

✍ Anote o valor da resistência R, conhecida.

✍ Anote também o valor da resistência interna, R_V do voltímetro, para o fundo de escala utilizado.

✍ Anote o desvio avaliado do voltímetro, para a escala utilizada.

☞ Arme o circuito apresentado na figura 6, observando com cuidado a **polaridade do capacitor.** Use a resistência R, de valor conhecido.

☞ Utilize uma tensão V_o entre 6 e 12 Volt, a depender da tensão máxima que suporta o seu capacitor.

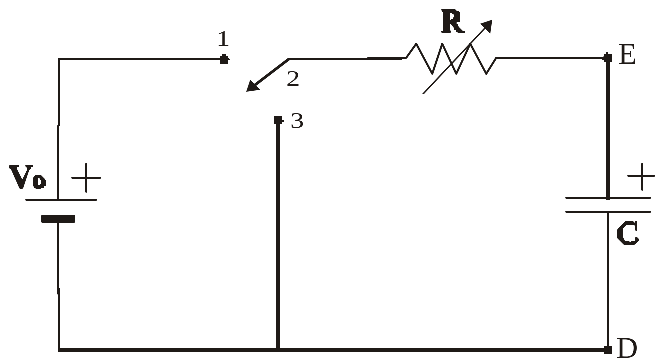

Fig. 6

☞ Com a chave em 3, meça o valor da tensão V_o, entre os pontos 1 e D (tensão nos terminais de saída da fonte).

☞ Com a chave em 1 e o voltímetro ligado entre os pontos E e D, meça o valor máximo da tensão nesse pontos. Espere o tempo suficiente para a tensão se estabilizar, pois o capacitor está sendo carregado.

☞ Coloque novamente a chave em 3; neste momento o capacitor começa a ser descarregado. Meça, então, com o cronômetro, a constante de tempo de descarga t_3 que é o tempo necessário para a tensão cair até 37% do seu valor máximo. Ao terminar essa medida, deixe o capacitor descarregando, com a chave em 3, por um tempo maior que 5 t_3.

☞ Com a chave novamente em 1, meça com o cronômetro a constante de tempo de carga t_1 que é o tempo necessário para a tensão elevar-se até 63% do seu valor máximo. Compare com o valor de t_3. Após essa medida deixe o capacitor carregar-se totalmente.

☞ Coloque a chave em 2 (chave aberta), meça com o cronômetro a constante de tempo de descarga t_2, tempo necessário para a tensão cair até 37% do seu valor máximo. Compare com o valor encontrado para t_3 justifique a diferença encontrada.

☞ Repita o procedimento de carga e descarga do capacitor mais duas vezes, anotando os respectivos tempos.

☞ Coloque a chave na posição 1 para carregar o capacitor. Espere o tempo suficiente para a tensão se estabilizar. Coloque a chave na posição 2, (chave aberta) para que o capacitor se descarregue apenas sobre a resistência interna R_V do voltímetro, disparando simultaneamente o cronômetro. A intervalos regulares de tempo, leia e anote a diferença de potencial no capacitor, de maneira a conseguir no mínimo 20 pontos de medida. Escolha o intervalo de medida de maneira a abranger no mínimo duas constantes de tempo. Justifique a sua escolha.

V - RELATÓRIO:

A seguir, apresentamos uma seqüência de questões que obrigatoriamente devem ser respondidas no seu relatório. Lembramos mais uma vez que esta lista não é limitativa.

- A partir das medidas de tensão entre 1 e D e entre E e D, calcule o valor da resistência interna R_V do voltímetro, na escala utilizada.

- Das medidas das constantes de tempo t_2 e t_3 calcule o valor de R_V, compare com o valor calculado no item anterior.
- Mostre que o tempo de descarga de um capacitor é igual ao tempo de carga, desde que seja feito nas mesmas condições ou seja, em um circuito com a mesma resistência R.

- Construa uma tabela com os resultados encontrados.

- Trace o gráfico de V versos t, em papel milimetrado. Não esqueça de colocar o intervalo de confiança da medida de V.

- Trace o gráfico de V versos t, em papel mono - log. A partir daí, calcule o valor de C.

- Discuta e avalie os erros sobre todas as medidas efetuadas.

- Analise detalhadamente o gráfico obtido no papel milimetrado. O que acontece quando $t \rightarrow \infty$? Está de acordo com a teoria?

- Justifique todas as observações feitas neste experimento.

- Mostre que RC tem dimensão de tempo.

- Mostre por substituição direta que a equação 8 é solução da equação 7, como também a 15 é solução da 14.

- Calcule o erro na determinação de C e de R_V.

- Compare o valor de R_V encontrado experimentalmente com o valor dado pelo fabricante do instrumento. Justifique a diferença.

VI - LEITURA RECOMENDADA:

HALLIDAY, David, RESNICK, Robert. Fundamentos de Física, 3.ed, Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editôra S.A, 1993. v.3, p. 125 – 129.

TIPLER, Paul A. Física, 2.ed, Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1984. v.2a, p. 714 - 717.

SEARS, Francis, ZEMANSKY, Mark W, YOUNG, Hugh D. Física Eletricidade e Magnetismo, 2.ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editôra S.A, 1994. v.3, p. 630 - 633.

GOLDEMBERG, José. Física Geral e Experimental, v.2, Editôra Nacional e Editôra da USP, 1970. p. 370 - 373.

MARTINS, Nelson. Introdução à Teoria da Eletricidade e do Magnetismo, 2.ed, São Paulo: Editôra Edgard Blucher Ltda, 1975. p. 336 - 339.

PURCELL, Edward M. Curso de Física do Berkeley, Eletricidade e Magnetismo, v.2, Editôra Universidade de Brasília, Editôra Edgard Blucher Ltda, 1970. p. 132 - 134.

MEINERS, Harry F, EPPENSTEIN, Walter, MOORE, Kenneth. Laboratory Physics, N.Y: John Wiley and Sons, Inc, 1969. p. 311 - 312.

JERRARD, H.G, McNEILL, D.B. Theoretical and Experimental Physics, London: Chapman & Hall, 1960. p. 476 - 482.