

## Experimento 5

# INTERFERÔMETRO DE MICHELSON

### 5.1 OBJETIVOS

- Medir o comprimento de onda de um laser de He-Ne
- Medir o índice de refração de um vidro
- Medir o índice de refração do ar

### 5.2 PARTE TEÓRICA

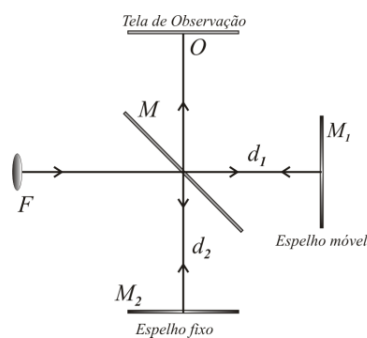


Figura 5.1: O Interferômetro de Michelson

#### 5.2.1 O Interferômetro de Michelson

O interferômetro de Michelson é o tipo mais fundamental de interferômetro de dois feixes. A figura 5.1 mostra esquematicamente, a montagem do interferômetro.

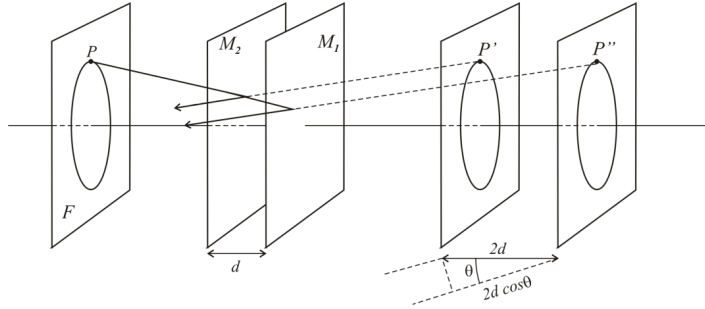


Figura 5.2: Luz incidindo nos espelhos  $M_1$  e  $M_2$

Considere que a luz parte da fonte  $F$  e incide no semi-espelho ( $M$ ), de espessura desprezível. A luz é então dividida em dois feixes coerentes que seguem respectivamente para os espelhos  $M_1$  e  $M_2$  onde são refletidos de volta para  $M$  onde eles são respectivamente transmitidos e refletidos indo interferir no ponto  $O$  na tela de observação. Sendo os espelhos perpendiculares entre si o sistema é equivalente a uma luz proveniente de uma fonte extensa incidindo sobre uma camada de ar, de espessura  $d = |d_1 - d_2|$ , entre o espelho  $M_1$  e a imagem virtual do espelho  $M_2$ , como ilustra a figura 5.2.

Sejam

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_{01} \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_1 - \omega t + \varphi_1) \quad (5.1)$$

e

$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_{02} \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_2 - \omega t + \varphi_2) \quad (5.2)$$

as duas ondas monocromáticas, coerentes e com o mesmo estado de polarização que partem da fonte e superpõem em  $O$ . A onda resultante será:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 \quad (5.3)$$

Sabendo-se que a intensidade é  $I \propto |\mathbf{E}|^2$ , e supondo-se que ambas as ondas tenham mesma amplitude, pode-se mostrar que a intensidade da luz em  $O$  será dada por:

$$I = 4I_1 \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right) \quad \text{onde} \quad \delta = k(r_2 - r_1) + (\varphi_2 - \varphi_1) \quad (5.4)$$

Como ambos os feixes sofrem o mesmo número de reflexões, tem-se que  $(\varphi_2 - \varphi_1) = 0$ . Da figura 5.2 podemos verificar que a diferença de fase entre os dois feixes é

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} 2d \cos\theta \quad (5.5)$$

onde  $\lambda$  é o comprimento de onda da luz utilizada.

Portanto, de acordo com a equação 5.4 os máximos de intensidade ocorrerão cada vez que  $\delta$  for um múltiplo inteiro de  $2\pi$ , o que significa que

$$2d \cos\theta = N\lambda \quad N = 1, 2, 3, \dots \quad (5.6)$$

e círculos concêntricos são produzidos para cada valor de  $N, d$  e  $\theta$ .

Se a posição do espelho móvel ( $M_1$ ) é variada de modo que  $d$ , por exemplo diminua então, de acordo com a equação 5.6, o diâmetro do círculo também diminuirá. Portanto um círculo desaparecerá cada vez que  $d$  seja diminuída (ou aumentada) de  $2\lambda$ .

A condição 5.6 pode ser aplicada no centro dos anéis de interferência, onde  $\theta = 0$ . Assim teremos:

$$2d = N\lambda \quad N = 1, 2, 3, \dots \quad (5.7)$$

### 5.2.2 Determinação do índice de refração de um vidro

Ao introduzir um bloco de um vidro transparente, de índice de refração  $n$ , em um dos braços do interferômetro, os diâmetros dos círculos de interferência serão alterados, uma vez que haverá modificação na diferença de caminho entre os feixes. Se  $\Delta S$  é a diferença de caminho entre os feixes que chegam no centro do padrão, o número de círculos de interferência que desaparecem (ou aparecem) é  $N = \Delta S/\lambda$ .

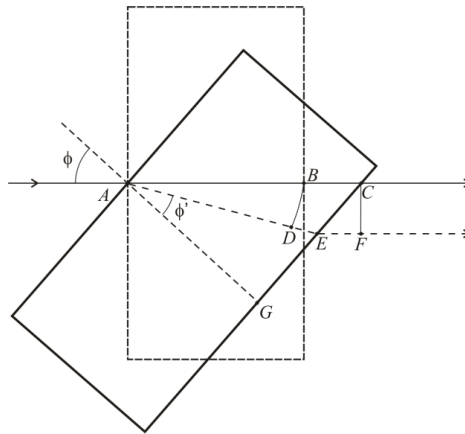


Figura 5.3: Determina-se o índice de refração  $n$  a partir da diferença de caminho entre os feixes de luz que passam pelos dois blocos de vidro.

A figura 5.3 ilustra uma maneira de se determinar o índice de refração  $n$  de uma placa de vidro, usando o interferômetro de Michelson. Para isto, é calculada a diferença de caminho entre o feixe de luz que percorre, em incidência normal, um bloco de vidro posicionado na vertical (desenhado em linha pontilhada) com a normal a este bloco. Ambos os blocos tem faces paralelas, mesmo índice de refração  $n$  e espessura  $t$ .

Se um dos blocos é girado lentamente em torno de um eixo perpendicular ao raio, as franjas que desaparecem, devido ao aumento do caminho óptico, podem ser contadas. Como pode ser vista na figura, a diferença de caminho óptico em uma passagem entre os dois blocos é:

$$\Delta S = nAE + EF - nAB - BC \quad (5.8)$$

Se um arco de circunferência com centro em  $A$  e raio  $AB$  é traçado, ele corta a reta  $AE$  no ponto  $D$ . Desta forma a diferença de caminho é  $\Delta S = nDE + EF - BC$ . Como os raios

passam pelo blocos duas vezes, então a diferença de caminho total será:

$$\Delta S = 2(nDE + EF - BC) = N\lambda \quad (5.9)$$

Da geometria:

$$2[n(AE - t) + (\text{sen}\phi)(GC - GE) - (AC - t)] = N\lambda \quad (5.10)$$

$$nAE + (\text{sen}\phi)(GC - GE) - AC = \frac{N\lambda}{2} + t(n - 1). \quad (5.11)$$

Expressando  $AE$ ,  $GC$ ,  $GE$  e  $AC$  em termos de  $t$ ,  $\phi$  e  $\phi'$ , teremos:

$$\frac{n - \text{sen}\phi\text{sen}\phi'}{\text{cos}\phi'} + \frac{\text{sen}^2\phi - 1}{\text{cos}\phi} = \frac{N\lambda}{2t} + n - 1 \quad (5.12)$$

Da lei de Snell

$$\text{sen}\phi = n \text{sen}\phi' \quad (5.13)$$

e da igualdade trigonométrica:

$$\text{sen}^2\phi' + \text{cos}^2\phi' = 1 \quad \rightarrow \quad \text{cos}\phi' = \sqrt{1 - \text{sen}^2\phi'} = \frac{\sqrt{n^2 - \text{sen}^2\phi}}{n} \quad (5.14)$$

obtemos:

$$\sqrt{n^2 - \text{sen}^2\phi} = \frac{N\lambda}{2t} - 1 + n + \text{cos}\phi \quad (5.15)$$

o que nos leva a:

$$n = \frac{(2t - N\lambda)(1 - \text{cos}\phi) + (N^2\lambda^2/4t)}{2t(1 - \text{cos}\phi) - N\lambda} \quad (5.16)$$

### 5.2.3 Determinação do índice de refração do ar

Para determinar o índice de refração do ar um recipiente (cubeta) de comprimento  $s$  é inserido no caminho do feixe, em frente ao espelho móvel. Uma bomba de vácuo permite variar a pressão no recipiente. O índice de refração de um gás é linearmente dependente da pressão  $p$ , tal que

$$n(p) = n(0) + \frac{\Delta n}{\Delta p} p \quad (5.17)$$

sendo que  $n(0) = 1$  e

$$\frac{\Delta n}{\Delta p} = \frac{n(p + \Delta p) - n(p)}{\Delta p} \quad (5.18)$$

O caminho ótico para o feixe luminoso percorrendo o recipiente de comprimento  $s$  é

$$x = n(p)s \quad (5.19)$$

Se a pressão no recipiente for variada de  $\Delta p$ , este caminho ótico sofrerá uma variação de

$$\Delta x = n(p + \Delta p)s - n(p)s \quad (5.20)$$

Iniciando-se com a pressão ambiente ( $p_0$ ) e diminuindo-se até um valor  $p$ , observaremos que a configuração inicial do padrão de interferência (caracterizada, por exemplo, por um

mínimo no centro do padrão) se repetirá  $N$  vezes. Cada mudança de mínimo para mínimo corresponde a uma variação de  $\lambda$  no caminho ótico. Assim entre as pressões  $p$  e  $p + \Delta p$  o caminho ótico será alterado por

$$\Delta x = [N(p) - N(p + \Delta p)]\lambda \quad (5.21)$$

Considerando-se agora que o feixe de luz atravessa duas vezes o recipiente, pelas equações 5.20 e 5.21 temos

$$n(p + \Delta p) - n(p) = [N(p) - N(p + \Delta p)]\frac{\lambda}{2s} \quad (5.22)$$

e em vista da equação 5.18 podemos escrever:

$$\frac{\Delta n}{\Delta p} = -\frac{\Delta N}{\Delta p} \frac{\lambda}{2s} \quad (5.23)$$

A quantidade  $(\Delta N/\Delta p)$  pode ser determinada a partir do gráfico do número de variações do padrão de interferência versus a pressão. O índice de refração  $n$  é então determinado com o uso das equações 5.17 e 5.23.

### 5.3 PARTE EXPERIMENTAL

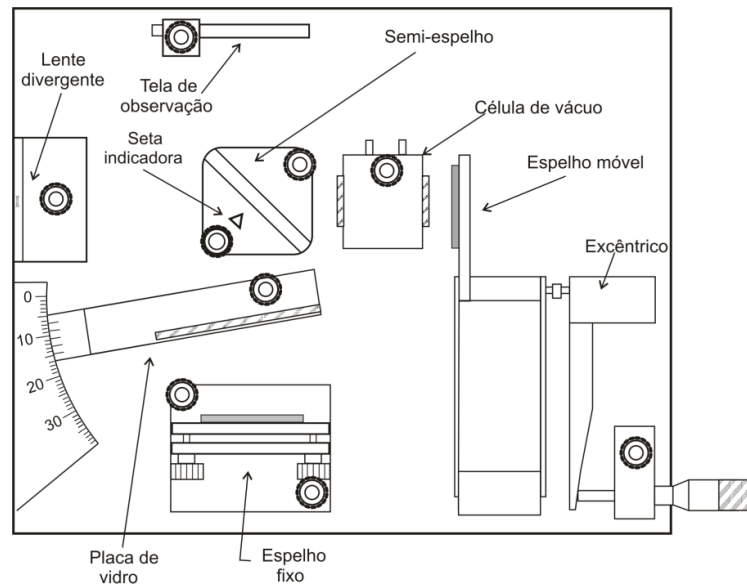


Figura 5.4: Aparato Experimental

O aparato experimental necessário está mostrado na figura 5.4. Ele consiste dos seguinte itens:

- Interferômetro de Michelson

- Laser, He-Ne com chave seletora de potência: 0,3 - 0,9 mW
- Placa de vidro (espessura  $t = 4$  mm)
- Cubeta de vidro para vácuo (comprimento  $s = 41$  mm)
- Bomba de vácuo manual com manômetro

Antes de passar para o próximo item, verifique se a placa de vidro e/ou a célula de vácuo estão montadas no interferômetro. Caso estejam, retire-as do instrumento.

### 5.3.1 Ajustes iniciais

- Retire o semi espelho, e incida o feixe do laser sobre a lente divergente. Essa lente tem a função de expandir a largura do feixe.
- Ajuste com cuidado os parafusos da base do laser de modo que o feixe de luz refletido pelo espelho móvel retorne sobre a lente divergente de modo simétrico. Se necessário, gire também a base do laser para se obter a imagem desejada. Uma vez concluída esta etapa, a posição do laser não deve ser alterada até o fim do experimento.
- Retire a lente divergente e recoloque o semi espelho na base do espectrômetro, posicionando a seta indicadora como mostra a figura 5.4. Esta seta indica o lado onde o filme semi refletor está depositado sobre o vidro.
- Você irá notar que na tela de observação haverá dois pontos brilhantes. Gire cuidadosamente os parafusos que regulam a inclinação do espelho fixo até que estes pontos coincidam. Se necessário, baixe a potência do laser para melhor visualização (cuidado para não deslocar este instrumento!).
- Recoloque a lente divergente e os anéis de interferência deverão aparecer na tela. Caso não apareçam, gire com muito cuidado os parafusos do espelho até obter a imagem desejada.

### 5.3.2 Medida de comprimento de onda do laser. Montagem padrão

- Monte o interferômetro de acordo com a figura acima, mas sem a placa de vidro e sem a célula de vácuo. Certifique-se de que a seta indicadora esteja na posição mostrada na figura.
- Gire o parafuso micrométrico até  $\pm 25$  mm e logo em seguida volte para  $\pm 20$  mm (é para evitar as imprecisões ao mudar a direção de rotação). Ajuste o micrômetro para que fique uma franja escura (mínimo de interferência) no centro. Anote o valor desta posição ( $d_0$ ).
- Gire o micrômetro no sentido horário e conte o número  $N = 30$  de mínimos que se formam no centro do padrão. Anote a posição ( $d$ )
- O valor do comprimento de onda é dado por

$$\lambda = 2 \frac{|d - d_0|}{N} \quad (5.24)$$

- Repita o procedimento para  $N = 40$  e  $N = 50$
- Calcule o desvio  $\Delta\lambda$

**Observações:**

- O movimento do espelho móvel é reduzido por um mecanismo (excêntrico) por um fator 1000. Assim, um movimento de 1 mm no micrômetro equivale a  $1\mu\text{m}=1000$  nm no espelho. A expressão 5.24 deve ser multiplicada por 1000 para se obter o valor de  $\lambda$  em nm
- No braço do micrômetro há uma escala milimetrada. Logo abaixo da linha horizontal do braço, há também uma escala milimétrica, mas deslocada de 0,5 mm em relação à escala superior. Na figura abaixo, mostramos um exemplo de como efetuar uma leitura.

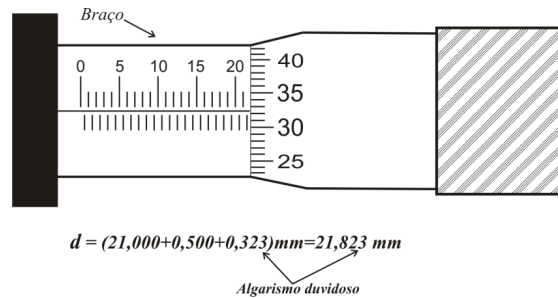


Figura 5.5: Escala do micrômetro

### 5.3.3 Medidas de índice de refração do vidro

- Mantendo a montagem padrão, insira a placa de vidro no interferômetro. Se for o caso, faça pequenos ajustes nos parafusos do espelho fixo para que o padrão de interferência se mantenha centralizado.
- Posicione a placa o mais próximo de  $0^\circ$ , de maneira a formar um mínimo no centro do padrão. Anote este valor  $\varphi_0$ .
- Gire **lentamente e com muito cuidado** o vidro e ao mesmo tempo conte o número  $N$  de mínimos que se forma no centro do padrão. Anote o valor do ângulo  $\varphi_m$  para  $N = 50$ . O índice de refração do vidro é dado por:

$$n = \frac{(2t - N\lambda)(1 - \cos\varphi) + \left(\frac{N^2\lambda^2}{4t}\right)}{2t(1 - \cos\varphi) - N\lambda}, \quad (5.25)$$

onde  $t = 4$  mm é a espessura do vidro,  $\varphi = \varphi_m - \varphi_0$  e  $\lambda = 633$  nm é o comprimento de onda do laser.

- Volte a placa para a posição  $\varphi_0$  e repita a medida para  $N = 100$ .
- Ao término das medidas, retire a placa de vidro do interferômetro.

### 5.3.4 Medidas de índice de refração do ar

- Coloque a célula de vácuo de modo que suas faces de vidro fiquem paralelas ao espelho móvel. Se necessário, ajuste os parafusos do espelho fixo para que os anéis fiquem centralizados na tela.
- Iniciando da pressão ambiente ( $p_0 = 1004$  mbar) diminua a pressão na célula, apertando lentamente o gatilho da bomba de vácuo e conte o número  $N$  de mínimos que desaparecem do centro do padrão. Quando o gatilho chegar ao fim de seu curso, solte-o e anote em uma tabela o valor da pressão ( $p'$ ) e do número de mínimos.
- Repita o item anterior, mas lembrando-se que a contagem de mínimos deve continuar a partir da leitura anterior (isto é, não deve ser zerado).
- Repita estes procedimentos até que a pressão na célula atinja seu valor mínimo. Ao término das medidas, aperte a alavanca que permite a entrada de ar na célula.
- Faça um gráfico de  $N \times p$  e calcule o coeficiente angular ( $\Delta N/\Delta p$ ). Observe que o valor da pressão mostrada no medidor é, na verdade, o decréscimo sofrido pela pressão ambiente. Assim, para a confecção deste gráfico, o valor de  $p$  deve ser corrigido para  $p = p_0 - p'$ .
- O valor do índice de refração é obtido das expressões:

$$n(p) = 1 + \frac{\Delta n}{\Delta p} p \quad \text{onde} \quad \frac{\Delta n}{\Delta p} = \frac{\lambda}{2s} \left| \frac{\Delta N}{\Delta p} \right| \quad (5.26)$$

onde  $\lambda = 633$  nm é o comprimento de onda do laser e  $s = 41$  mm é o comprimento interno da célula de vácuo.

## 5.4 BIBLIOGRAFIA

[18], [19], [20], [21]