

## PRINCÍPIO DE ARQUIMEDES

### I - INTRODUÇÃO

Quando imerso num fluido um corpo sofre, em virtude do princípio de Pascal, pressões diferenciadas sobre a sua superfície, maiores na sua parte inferior que na sua parte superior, levando a uma força resultante vertical para cima. Este fenômeno é regido pelo chamado princípio de Arquimedes, em homenagem ao célebre pensador grego que o observou já no século III a.C., no contexto de um pitoresco episódio envolvendo ele próprio, um banho público e a consulta de um rei da época, que desconfiava estar sendo lesado por um ourives. De acordo com o princípio de Arquimedes, o empuxo hidrostático, isto é, a força que o fluido exerce sobre o corpo é igual ao peso do volume de fluido deslocado no processo de imersão. Isto pode ser facilmente constatado por um outro princípio, dito "princípio de solidificação" e devido a Stevin, que o enunciou no século XVI da nossa era e consiste no seguinte. Imagine-se uma porção de um líquido em repouso, de volume  $V$ , limitado por uma superfície  $S$ . Sobre essa porção do líquido atuam pressões diferenciadas, à maneira que atuariam num corpo sólido colocado no seu lugar. Além das forças devidas à pressão hidrostática, sobre a porção  $V$  do líquido atua apenas o seu próprio peso. Ora, como, por hipótese, o líquido não se movimentaria conclui-se que a força total que atua sobre essa genérica porção dele é nula e, conseqüentemente, que a resultante das forças de pressão tem o mesmo valor que o peso do volume  $V$  de líquido e aponta, ao contrário deste, para cima. Se o lugar desse volume de líquido for ocupado por um corpo sólido, não haverá mudança no valor da resultante das forças de pressão e, portanto, o empuxo hidrostático que é o seu resultado final será ainda igual ao peso do volume de líquido deslocado pelo corpo no processo de imersão, como preceitua o princípio de Arquimedes. Nesta experiência verificaremos o princípio de Arquimedes para o caso de dois líquidos - álcool e água - e corpos de formas e densidades diferentes.

Para se medir o valor da densidade do álcool será usado um picnômetro, que é um frasco destinado a medida de densidade de um líquido relativamente à um outro, que será tomada como padrão. Ele possui uma tampa com um canal estreito de sorte que pode ser enchido até a parte superior desse canal, minimizando-se o efeito do menisco. Isto garante que o volume  $V$  de líquido em seu interior será sempre o constante, mesmo que seu valor preciso não seja conhecido. Como a densidade da água é aproximadamente igual a  $1,0 \text{ g/cm}^3$ , o valor numérico da densidade relativa do álcool será também aproximadamente igual a sua densidade absoluta.

Será também necessário o uso de uma mola para medir forças. Antes, no entanto, deverá ser ela devidamente calibrada usando-se porta-pesos, massas aferidas e uma escala suspensa.

### II - MATERIAL NECESSÁRIO

- |                                   |                     |                        |
|-----------------------------------|---------------------|------------------------|
| 1. mola                           | 4. proveta graduada | 8. álcool              |
| 2. porta pesos                    | 5. béquer           | 9. água                |
| 3. conjunto de massas<br>aferidas | 6. balança          | 10. diferentes objetos |
|                                   | 7. picnômetro       |                        |

### III - PROCEDIMENTOS

#### 1. DETERMINAÇÃO DA DENSIDADE DO ÁLCOOL

Pese o picnômetro vazio. Em seguida encha-o de álcool até próximo da boca, cuidando de deixar o líquido extravasar pelo canal da tampa e de enxugar o vaso antes de pesá-lo outra vez, agora cheio de álcool. Repita esse procedimento para a água, antes lavando o picnômetro para retirar qualquer resíduo de álcool que possa comprometer o resultado da nova medida. Registre na **Tabela 1** os resultados das medidas.

## 2. CALIBRAÇÃO DA MOLA

Pendure a placa com um ponteiro na parte inferior da mola. Coloque o porta-pesos na extremidade inferior da placa e faça a leitura, na escala suspensa, da posição do ponteiro (a leitura da posição inicial, isto é, do "zero" da escala, é desnecessária, pelo que se verá a seguir). Coloque diferentes pesos no porta-pesos e faça a leitura das diferentes elongações sofridas pela mola (não deixe de levar em conta a massa do porta-pesos, nele registrada). Registre na **Tabela 2**, os valores obtidos para as massas e as correspondentes elongações.

## 3. MEDIDAS DO EMPUXO HIDROSTÁTICO

A montagem a ser usada consiste de uma proveta graduada a ser preenchida com líquido no qual deverá se mergulhar, pendidos da mola calibrada, diferentes objetos (agora sem porta-pesos, mas com todo resto da montagem). Antes de colocar o líquido na proveta, suspenda com ajuda de alças de nylon, da mola, cada um dos 3 objetos disponibilizados e anote os correspondentes valores  $x$  da sua elongação. Estes dados irão servir para aferir os pesos dos objetos (v. no item IV, Tratamento dos Dados, os procedimentos para a determinação da curva de calibração da mola pelo Método dos Mínimos Quadrados). Preencha a **Tabela 3** da **Folha de Dados**, conforme a legenda que a segue, à medida que for obtendo os resultados.

Coloque álcool na proveta, até um nível (avaliado sem mergulhar os corpos) que atenda a dois requisitos: (i) seja suficientemente alto para que se possa mergulhar completamente os corpos, (ii) mas não tanto que nessa situação o nível do líquido supere a escala graduada. Anote o volume  $V_0$  do álcool na proveta, após leitura cuidadosa (instrua-se com o professor sobre a técnica de leitura). Coloque agora o objeto no líquido, até total imersão, tendo o cuidado de não permitir que o objeto já mergulhado no fluido fique em contato com a parede ou fundo da proveta, pois nesse contato ele sofreria forças espúrias que mascarariam o resultado. Nesta situação, você vai registrar dois valores: a nova posição,  $x'$ , do ponteiro na escala e o nível,  $V$ , atingido pelo álcool na proveta. Em seguida, vamos observar o que acontece se o objeto se mantém semi-imerso no líquido. Para isto, repita o mesmo procedimento anterior, permitindo que o objeto mergulhe apenas parcialmente no líquido. Registre as medidas. Repita os procedimentos anteriores (imersão total e parcial) para os demais objetos. Registre cuidadosamente todas as medidas efetuadas. Na imersão parcial procure obter valores diferenciados de  $x'$  entre os diferentes objetos, pois na fase do tratamento dos dados será feito o gráfico de empuxo versus massa do líquido deslocado na imersão, isto é,  $E \times \Delta m$  usando as duas últimas colunas da **Tabela 3**, o que será tão melhor quanto mais diferenciados os pontos. A seguir substitua o álcool por água, para verificar a influência da densidade do líquido nos efeitos da imersão. Repita nesta nova situação todas as medidas realizadas anteriormente, ou seja: imersão total e parcial de todos os objetos, anotando os resultados na **Tabela 4**. Neste caso também, será feito o gráfico  $E \times \Delta m$  usando as duas últimas colunas desta tabela. Como se verá a seguir, fazendo o ajuste de cada uma das retas obtidas nos dois gráficos pelo Método dos Mínimos Quadrados e comparando os resultados você estará em condição de enunciar a lei que rege o fenômeno observado, o Princípio de Arquimedes.

## IV - TRATAMENTO DOS DADOS

### 1. DETERMINAÇÃO DA DENSIDADE DO ÁLCOOL

Determine a densidade relativa do álcool que será utilizado nesta experiência como sua densidade absoluta, já que se supõe que a densidade da água é  $1\text{gr/cm}^3$ . Como a balança mede o peso em grama-força (gf), os valores numéricos das medidas feitas correspondem, em grama, aos das massas  $m_0$ ,  $m_1$  e  $m_2$ , do picnômetro vazio, cheio de álcool e cheio de água, respectivamente. Daí calcula-se o valor da densidade relativa do álcool segundo a expressão:

$$d_{rel} = \frac{\text{dens. do álcool}}{\text{dens. da água}} = \frac{\text{massa do álcool} / V}{\text{massa da água} / V} = \frac{(m_1 - m_0) / V}{(m_2 - m_0) / V} = \frac{m_1 - m_0}{m_2 - m_0}.$$

Considerando-se o valor da densidade da água como de  $1\text{g/cm}^3$ , o valor da densidade do álcool, em  $\text{g/cm}^3$ , coincide numericamente com o da densidade relativa, isto é,

$$d_1 = d_{rel} d_2 = d_{rel} \text{g/cm}^3,$$

sendo  $d_{rel}$  um simples número. Verifique se o valor obtido é compatível com o que você esperaria para ele.

## 2. CALIBRAÇÃO DA MOLA

Construa o gráfico do peso em função da elongação da mola. Lembre-se (v. o curso de FIS 121) que ela tem uma certa rigidez, o que faz com que, para pequenos valores da força aplicada, a relação entre a força e a elongação não seja linear. Por outro lado, para grandes valores da força a mola sofre uma quebra de linearidade por superação do seu limite de elasticidade. Portanto, não se pode trabalhar nessas duas regiões da curva, sobretudo não se deve suspender da extremidade da mola uma massa excessiva, sob pena de inutilizá-la (consulte o professor sobre o limite superior da massa a ser suspensa). Com os valores obtidos você deve, durante o tratamento dos dados, traçar a curva de calibração e aplicar o Método dos Mínimos Quadrados aos pontos em que a curva apresenta comportamento linear (procure também obter, para comprovar a não-linearidade, alguns pontos referentes a pequenos valores da elongação). A partir daí, use adequadamente a expressão resultante para obter os valores das forças aplicadas. Em particular, desenvolva um procedimento de medida de forças menores que o limite inferior supracitado e faça a medida efetiva de uma tal força.

## 3. MEDIDAS DO EMPUXO HIDROSTÁTICO

Ao imergir, total ou parcialmente, um objeto num líquido aquele sofre, pelo Princípio de Arquimedes, um empuxo  $E$  verticalmente para cima. O valor medido pela mola será, portanto, o do "peso aparente":

$$P' = P - E \quad (1)$$

Como ele corresponde à posição  $x'$ , tem-se, pela calibração da mola:

$$P' = Kx' + b \quad (2)$$

Por outro lado tem-se, analogamente, sendo  $x$  a posição correspondente ao peso real do objeto:

$$P = Kx + b \quad (3)$$

Substituindo as expressões de  $P'$  e  $P$  dadas pelas Eqs. (2) e (3), na Eq. (1), vem:

$$Kx' + b = Kx + b - E, \quad (4)$$

que após simplificação e reordenação leva a:

$$E = K(x - x') \quad (5)$$

ou

$$E = K\Delta x \quad (6)$$

com

$$\Delta x = x - x'. \quad (7)$$

Por outro lado, se  $V_0$  é o volume inicial de líquido na proveta e  $V$  o volume que ela acusa após imersão (total ou parcial) do objeto, então:

$$\Delta V = V - V_0 \quad (8)$$

representa o volume de líquido deslocado (de densidade  $d$ ) e, portanto,

$$\Delta m = d \Delta V \quad (9)$$

representa a sua massa. Traçando-se o gráfico  $E \times \Delta m$  deve-se obter uma reta de inclinação  $g$ , uma vez que o Princípio de Arquimedes nos diz que o empuxo é igual ao peso do volume de líquido deslocado, isto é:

$$E = g\Delta m \quad (10)$$

A Eq. (10) é válida para qualquer objeto imerso em qualquer fluido, de sorte que o procedimento feito para o álcool, sendo repetido para a água (preencher a **Tabela 4**) deverá levar ao mesmo resultado (dentro da precisão experimental). Trace as duas curvas  $E \times \Delta m$  e verifique o seu caráter linear. Ajuste ambas as retas pelo Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) e determine o valor de  $g$  em cada caso. Dada a universalidade da Eq. (10) pode-se ainda traçar um só gráfico com os valores obtidos para o álcool e a água, conjuntamente. Trace esse gráfico e repita para ele o ajuste pelo MMQ. Compare os valores obtidos para  $g$ .